Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **23/01/06**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE LA INFORMACIÓN

TEORÍA
(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- Considérese un problema J-ario de decisión con hipótesis (exhaustivas y excluyentes) $\{H_j\}_{j=0}^{J-1}$. Supóngase que sólo son no nulos los costes de equivocarse, y que todos ellos son iguales; y, además, que las hipótesis son equiprobables (situación ML). ¿Proporcionarían los resultados de los (J) tests binarios "una contra todas" (H_j vs. $\overline{H}_j = \bigcup_{j'\neq j} H_{j'}$) la indicación de la decisión óptima para el problema ternario?

(20 min; 1p)

T2.- Considérese el problema de decisión entre dos variables deterministas $m_0 = -m_1 = m$,

H_0: $x = m + n_0$
H_1: $x = -m + n_1$

siendo m>0 y n_i un ruido laplaciano con ddp:

$$p(n_i) = \frac{1}{2a_i} e^{-\frac{|n_i - \mu_i|}{a_i}}$$

donde μ_i es la media de la distribución.
Determínese el umbral η del decisor en función de a_0 y a_1 en situación ML ($C_{00}=C_{11}=0$, $C_{01}=C_{10}=1$ y $Pr(H_0)=Pr(H_1)$).

(25 min; 1 p)

T3.- Comente razonadamente las simplificaciones y/o suposiciones que se han utilizado para, a partir de la función de coste de error cuadrático medio utilizada en algoritmos de descenso de máxima pendiente, obtener la función de coste utilizada en el LMS básico.

(20 min; 1 p)

TRATAMIENTO DIGITAL DE LA INFORMACIÓN

PROBLEMAS

(Tiempo: 135 minutos. Puntos: 5/8)

P1.- Se ha observado la siguiente serie de datos

k	$x^{(k)}$	$s^{(k)}$
1	1	-2
2	2	-1
3	3	1
4	4	2

Se desea estimar s a partir de x mediante la regresión lineal de la forma $\hat{s} = wx + w_0$

a) Determínense los coeficientes de regresión de mínimo error cuadrático.

b) Considérese el estimador de la forma

$$\hat{s} = a\cos\left(\frac{\pi}{3}x + \phi_0\right)$$

Determínense los valores de a y ϕ_0 que minimizan el error cuadrático dado por

$$E=\sum_{k=1}^{4}\left(y^{(k)} - \hat{y}^{(k)}\right)^2$$

(Indicación: conviene aplicar la igualdad cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sen(a)sen(b), y plantear el problema de modo que permita utilizar técnicas de regresión lineal).

c) Indíquese qué estimador se ajusta mejor a los datos.

(60 min; 2.5 p)

P2.- Considérese la observación

$$x = s + r$$

de la señal s inmersa en ruido r; la señal sigue la distribución exponencial unilateral $E_{\{1,a\}}$

$$p(s) = a \exp(-as)\, u(s)$$

y el ruido, independiente de s, la distribución Erlang (Gamma) $E_{\{2,a\}}$

$$p(r) = a^2 r \exp(-ar)\, u(r)$$

a) Determínese $\hat{s}_{ms}$.

b) Calcúlense la media $E\{s-\hat{s}\}$ y la varianza $Var\{s-\hat{s}\}$ del error, y discútase la influencia de a.

c) Determínese $p(\hat{s}_{ms}|s)$.

(75 min; 2.5 p)