Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **06/09/05**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE LA INFORMACIÓN

TEORÍA

(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- El estimador de Máxima Verosimilitud (ML) se obtiene a partir de:

$$\hat{s}_{ML} = \arg\left\{\underset{s}{\text{máx}} (\ln) p(\mathbf{x} \mid s)\right\}$$

a) Explique el significado de la expresión anterior, ilustrando sus conclusiones con un ejemplo gráfico.

b) Discuta sobre su aplicabilidad, en comparación con el estimador MAP, en problemas:

b.1) en los cuales las probabilidades a priori de la variable s son conocidas

b.2) en los que s es una variable determinista

(20 min; 1p)

T2.- Explique en qué consiste la versión "elitista" en algoritmos genéticos, y qué efectos positivos y negativos presenta en la evolución de las poblaciones de individuos.

(20 min; 1 p)

T3.- Se consideran las siguientes funciones de coste para realizar la estimación de una v.a. s a partir de una observación x:

1. $C_1 = |s - \hat{s}|^3$
2. $C_2 = \exp(\hat{s})(\hat{s} - s - 1)$
3. $C_3 = \hat{s}^3(3\hat{s} - 4s)$

a) Indique cuáles de las anteriores dan lugar al estimador de mínimo error cuadrático medio.

b) Repita el apartado anterior si se sabe que p(s|x) es una distribución simétrica respecto de su media.

(20 min; 1 p)

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **06/09/05**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE LA INFORMACIÓN

PROBLEMAS

(Tiempo: 135 minutos. Puntos: 5/8)

P1.- Se lanza al aire un dado tradicional (caras con puntos de 1 a 6) y se genera la v.a. x tal que

$$p(x) = \begin{cases} \frac{2}{a}\left(1 - \frac{x}{a}\right) & , \ 0 < x < a \\ 0 & , \ \text{en otro caso} \end{cases}$$

de modo tal que su media viene dada por el resultado del lanzamiento (es igual a los puntos que muestra la cara de arriba).

Supóngase que, para una tirada, se tiene acceso a 3 medidas del valor de x tomadas independientemente, de valores $x^{(1)} = 2,\ x^{(2)} = 5,\ x^{(3)} = 10$. Decídase a partir de ellas el resultado del lanzamiento del dado según el criterio de máxima verosimilitud.

(60 min; 2.5 p)

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **06/09/05**
UCIIIM

P2.- Considere la variable aleatoria binaria t $\in$ {-1,1} con

$$P\{t=-1\} = P\{t=1\} = ½ ,$$

y sea x una variable aleatoria relacionada con ella de tal modo que

$$p(x \mid H_0) \sim G(0, v_0)$$
$$p(x \mid H_1) \sim G(m_1, v_1)$$

donde H_0 representa la hipótesis "t=-1" y H_1 la hipótesis "t=1".

a) Considere el decisor lineal dado por

$$wx + w_0 \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gtrless}} 0$$

Determine, en función de los parámetros w y w_0, una expresión para su probabilidad de falsa alarma. Exprese el resultado en términos de la función de error complementaria

$$\mathrm{erfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz$$

b) Considere ahora el estimador lineal de t dado por

$$\hat{t} = wx + w_0$$

Determine los coeficientes w y w_0 para estimación de mínimo error cuadrático medio.

c) Determine bajo qué condiciones sobre los parámetros de las distribuciones (m_1, v_0 y v_1), el decisor lineal del apartado (a) basado en los coeficientes obtenidos en el apartado (b) es óptimo (en el sentido de mínima probabilidad de error).

d) ¿Podría relacionar los resultados anteriores con el comportamiento de la regla del Adaline con activación lineal?

(75 min; 2.5 p)