Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **6/06/03**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE LA INFORMACIÓN
TEORÍA
(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- Considere un problema de decisión en el que las variables $x|H_0$ y $x|H_1$ son gaussianas $N(0,1)$ y $N(m_1,v_1)$, respectivamente, con probabilidades $P(H_0)$ y $P(H_1)$, respectivamente.

Discuta la influencia de los parámetros m_1,v_1 y $P(H_1)$ sobre:

a) La frontera de decisión MAP
b) La frontera de decisión ML
c) La frontera del detector de Neyman-Pearson
d) La probabilidad de error del decisor

$$x \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gtrless}} 1$$

e) La probabilidad de falsa alarma del decisor anterior
f) La precisión del decisor anterior

(20 min; 1 p)

T2.- Describa y discuta los pasos seguidos en un algoritmo de optimización de Temple Simulado.

(20 min; 1 p)

T3.- Dado un filtro transversal que procesa la señal entrante $x[n]$ de la forma $y[n] = \mathbf{x}^T[n]\,\mathbf{w}$, donde $\mathbf{x}[n]^T = \{x[n], x[n-1], ..., x[n-N+1]\}$, y siendo $d[n]$ los valores deseados de salida de dicho filtro:

a) Obtenga la solución $\mathbf{w}^*$ que minimiza la función de coste

$$C(e,\mathbf{w}) = E\{|e[n]|^2\} + \lambda\, ||\mathbf{w}||^2$$

donde $e[n] = d[n] - y[n]$

b) Derive las fórmulas del algoritmo de gradiente estocástico correspondiente. Discuta el comportamiento de dicho algoritmo si la entrada $x[n]$ se hace nula a partir de determinado instante.

(20 min; 1 p)

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **6/06/03**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE LA INFORMACIÓN

PROBLEMAS

(Tiempo: 2h. Puntos: 5/8)

P1.- Considérese el problema de decisión binaria sobre la variable tetradimensional $\underline{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$

$$H_0: \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ es } G\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$$

x_4 es $U[0,\sqrt{v}]$ (uniforme entre $[0, \sqrt{v}]$) e independiente de las anteriores

$$H_1: \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ es } G\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & v \end{bmatrix}\right)$$

x_4 es $U[0,1]$ e independiente de las anteriores

Es $v>1$.

a) Establézcase el decisor ML.
b) Calcúlese el P_{FA} y P_M.

(min; p)

P2.- Se dispone de dos estimadores $\hat{s}_1$ y $\hat{s}_2$ del parámetro determinista s. Sus características son:

$$E\{\hat{s}_i|s\} = s;\ \ Var\{\hat{s}_i|s\} = v_i \ \ ; i=1,2$$

Considérese el estimador

$$\hat{s}_3 = \lambda\hat{s}_1 + (1-\lambda)\hat{s}_2$$

a) Verifíquese que $\hat{s}_3$ es insesgado.
b) Si se sabe que $E\{(\hat{s}_1 - s)(\hat{s}_2 - s)\} = c$, determínese el valor de λ que minimiza la varianza de $\hat{s}_3$ (expresándolo en función de v_1 y v_2). Discútase el resultado

---

(min; p)