Grado en Ingeniería Telemática

Teoría de la Comunicación

(2º curso - Enero 2010)

Apellidos: ....

Nombre: ....

Nº de matrícula o DNI: ....

Grupo: ....

Se ha presentado al examen

Firma

TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN
CUESTIONES
(Tiempo: 60 minutos. Puntos 2/6)

Apellidos:	Calificación	
Nombre:	1	
Nº de matrícula o DNI: .... Grupo	2	
Firma	3	
	4	
	T	

Cuestión 1

A partir de las siguientes descripciones de procesos, bien mediante su descripción analítica, mediante su media y función de autocorrelación, o mediante su función densidad de probabilidad, indique si los procesos son o no estacionarios o cicloestacionarios en sentido amplio. Justifique su respuesta.

a) $m_X(t) = 0$ y $R_X(t, t + \tau) = \exp\left(-(\tau - 3)^2\right)$.

b) $m_X(t) = 0$ y $R_X(t, t + \tau) = \mathrm{sinc}(\tau)$.

c) $m_X(t) = 0$ y $R_X(t, t + \tau) = \cos(10\tau) + \cos(40(t + \tau))$.

d) $X(t) = \omega \cos(t + \omega)$ y ω está distribuida como una uniforme entre $-\pi$ y π.

e) $f_{X(t_1),X(t_2)}(x_1, x_2) = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\dfrac{1}{2}[x_1\ x_2]\Sigma^{-1}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right)$, con $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & e^{-(t_1-t_2)^2} \\ e^{-(t_2-t_1)^2} & 1 \end{bmatrix}$.

(0,5 puntos)

Cuestión 2

Sea $R_X(\tau) = \cos(5\tau) + \cos(10\tau) + \cos(20\tau)$ la función de autocorrelación de un proceso estacionario X. Calcule:

a) La densidad espectral del proceso.

b) La función de autocorrelación y la densidad espectral del proceso a la salida de un filtro lineal e invariante con respuesta en frecuencia paso bajo ideal

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 12 \\ 0, & |\omega| > 12 \end{cases}.$$

(0,5 puntos)

Cuestión 3

Una variable aleatoria discreta X tiene como alfabeto $\mathcal{A}_X = \{-7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7\}$ y como probabilidades $p_X(x_i) = \{1/16, 1/16, 1/8, 1/4, 1/4, 1/8, 1/16, 1/16\}$, respectivamente. Calcule:

a) La entropía de X, y compárela con la obtenida para el mismo alfabeto pero con símbolos equiprobables.

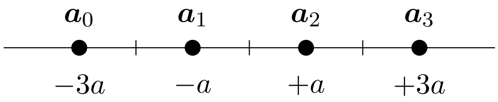
b) La entropía de Y para $Y = X^2$.

c) La entropía de Z para $Z = X^3$.

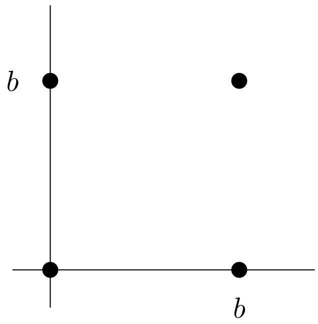
(0,5 puntos)

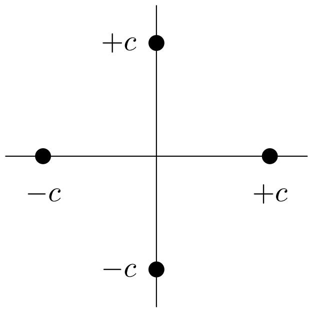
Cuestión 4

Dada las constelaciones de la figura indique cuál tiene la menor probabilidad de error de símbolo para la misma energía media por símbolo de las señales si los símbolos son equiprobables. Justifique su respuesta.



Constelación (a)





Constelación (b) Constelación (c)

(0,5 puntos)

TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN

PROBLEMAS

(Tiempo: 120 minutos. Puntos 4/6)

Apellidos:	Calificación	
Nombre:	1	
Nº de matrícula o DNI: .... Grupo	2	
Firma	T	

Problema 1

Un canal discreto sin memoria (DMC) con alfabeto de entrada $\mathcal{A}_X = \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ y alfabeto de salida $\mathcal{A}_Y = \{y_0, y_1, y_2, y_3\}$ viene dado por la siguiente matriz de canal

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon_0 & \varepsilon_0 & 0 & a \\ 0 & 1-\varepsilon_1 & b & 0 \\ 0 & c & 1-\varepsilon_1 & 0 \\ d & 0 & \varepsilon_0 & 1-\varepsilon_0 \end{bmatrix}.$$

a) Determine el valor de las constantes a, b, c y d, y calcule $H(Y)$, $H(X,Y)$, $H(Y|X)$, $H(X|Y)$, e $I(X,Y)$ para el canal si los símbolos de entrada son equiprobables.

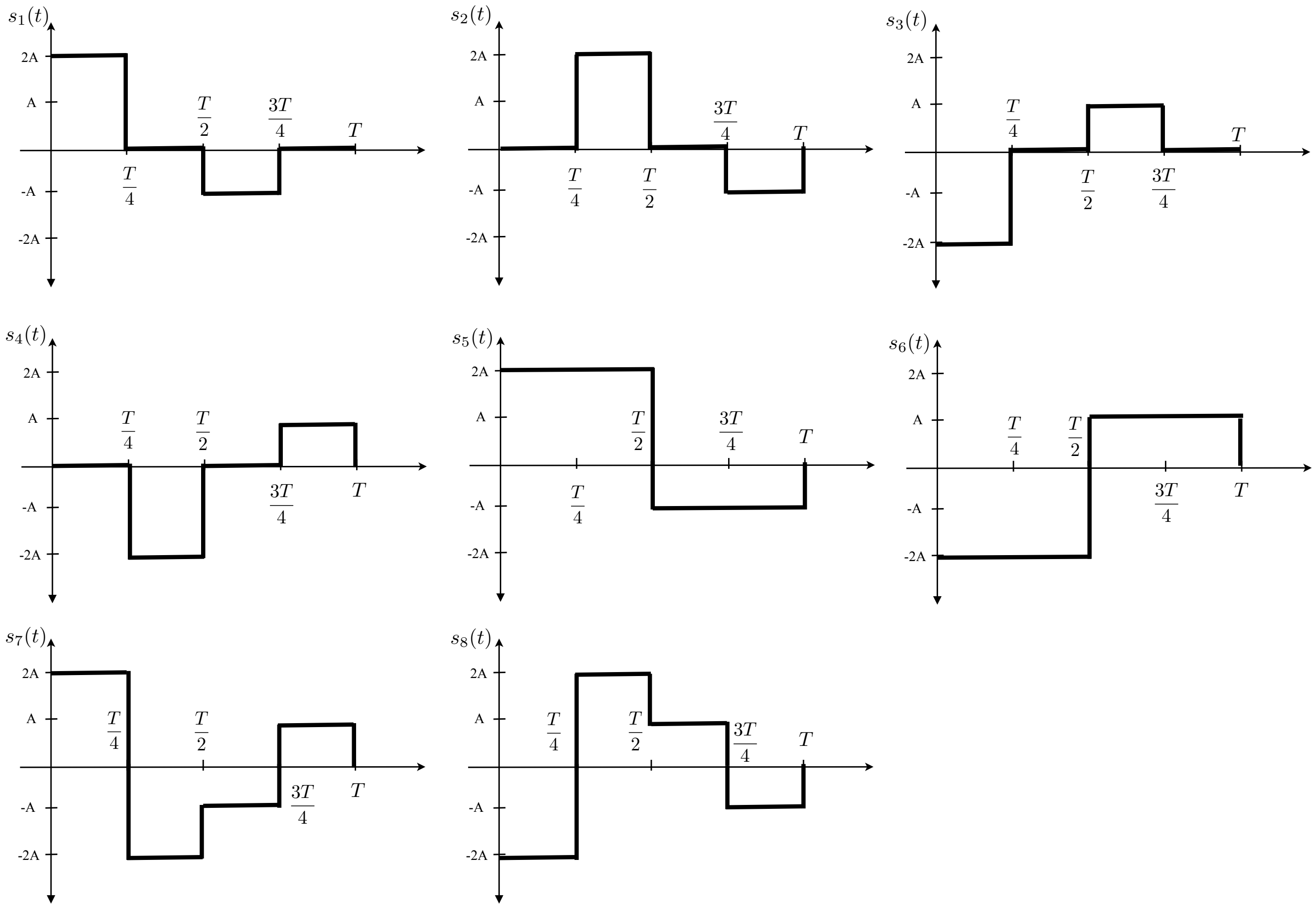
b) Calcule la capacidad del canal de la figura en función de ε_0 y de ε_1.

NOTA: Para el cálculo de la capacidad de canal, tenga en cuenta la simetría del canal, que hace que la dependencia de $I(X,Y)$ con respecto a $p_X(x_0)$ y a $p_X(x_3)$ por un lado, y a $p_X(x_1)$ y $p_X(x_2)$ por el otro, sea equivalente. Es decir, que el máximo de la información mutua se alcanzará para $p_X(x_0) = p_X(x_3)$ y $p_X(x_1) = p_X(x_2)$.

(2 puntos)

Problema 2

Para la transmisión de información en un sistema de comunicaciones digital por un canal con ruido blanco gaussiano con d.e.p. $N_0/2$ se utiliza el siguiente conjunto de señales:



a) Obtenga una base generadora de mínima dimensión para el conjunto de señales dado y la constelación resultante en la misma base.

b) Determine las distancias entre símbolos y la distancia mínima. Obtenga la energía media de la constelación para símbolos equiprobables.

c) Dibuje las regiones de decisión asociadas a cada uno de los símbolos.

d) Acote la probabilidad de error del sistema mediante la cota de la unión.

Si utiliza los símbolos $s_1(t), s_2(t), s_3(t), s_4(t)$ para una transmisión en un sistema y el conjunto $s_5(t), s_6(t), s_7(t), s_8(t)$ para la transmisión en otro:

e) Elija uno de los dos conjuntos de señales atendiendo a los criterios de energía necesaria, por un lado, y de probabilidad de error (calcúlela para ambos sistemas), por el otro.

(2 puntos)