

GRADO EN INGENIERÍA TELEMÁTICA

TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN

(2º curso - Junio 2011)

Apellidos: .....

Nombre: .....

Nº de matrícula o DNI: .....

Grupo: .....

Se ha presentado al examen

Firma

**TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN**  
**CUESTIONES**  
(Tiempo: 60 minutos. Puntos 4/10)

Apellidos: ..... Nombre: ..... Nº de matrícula o DNI: ..... Grupo ..... Firma	Calificación	
	1	
	2	
	3	
	T	

### Cuestión 1

En un sistema de comunicaciones se transmiten tres símbolos  $\mathcal{A} = \{-1, 0, +1\}$  sobre ruido gaussiano de densidad espectral de potencia  $N_0/2$ . La probabilidad que se transmita un 0 es el doble de la probabilidad de que se transmita  $-1$ , que es igual a la probabilidad de que se transmita  $+1$ .

- a) ¿Cuál es la probabilidad de transmisión de cada símbolo?
- b) ¿Cuáles son los umbrales de detección aplicando el criterio de Máximo a Posteriori?
- c) ¿Cuáles son los umbrales de detección si se aplicara el criterio de Máxima Verosimilitud?

\_\_\_\_\_ (1,5 puntos)

## Cuestión 2

Sea un proceso estocástico  $Y[n]$  descrito a partir de otro proceso  $X[n]$  de la forma siguiente:

$$Y[n] = X[n] + a \cdot X[n-1] + b \cdot X[n-2].$$

- a) ¿Cuál es la condición suficiente sobre el proceso  $X[n]$  para que  $Y[n]$  sea estacionario? Explique su respuesta.
- b) ¿Cuál es la condición necesaria sobre el proceso  $X[n]$  para que  $Y[n]$  sea gaussiano? Explique su respuesta.
- c) Calcule la función de autocorrelación de  $Y[n]$ , supuesto que  $X[n]$  es estacionario de media cero y función de autocorrelación  $R_X[k]$

---

(1,5 puntos)

### Cuestión 3

En un sistema de comunicaciones se van a transmitir 4 caracteres ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ ) equiprobables, y cada uno de ellos se codificará con tres símbolos binarios que son transmitidos de forma independiente a través del canal con borrado ( $A = 000$ ,  $B = 110$ ,  $C = 101$  y  $D = 011$ ).

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que se reciban tres ceros, si se transmitió el símbolo  $A$ ?
- b) Indicar por qué si únicamente se borra un bit de los tres todavía se puede saber cuál fue el símbolo transmitido.
- c) Si se transmitió el símbolo  $A$ , ¿cuál es la probabilidad con la que se puede decir con seguridad que se ha recibido  $A$ ?

NOTA: Para el canal de borrado las probabilidades condicionales son:  $p(Y = 0|X = 0) = 1 - \epsilon$ ,  $p(Y = ?|X = 0) = \epsilon$ ,  $p(Y = ?|X = 1) = \epsilon$ ,  $p(Y = 1|X = 1) = 1 - \epsilon$

---

(1 punto)

**TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN**  
**PROBLEMAS**  
 (Tiempo: 120 minutos. Puntos 6/10)

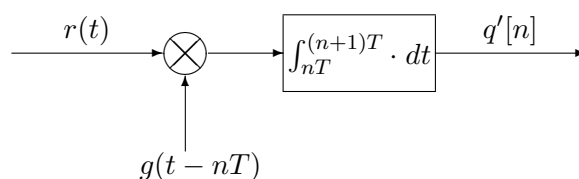
Apellidos: ..... Nombre: ..... N° de matrícula o DNI: ..... Grupo ..... Firma	Calificación						
	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 60px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">T</td> <td></td> </tr> </table>	1		2		T	
1							
2							
T							

**Problema 1**

Un sistema de comunicaciones digital binario transmite sobre un canal gaussiano con densidad espectral de potencia  $N_0/2$  dos símbolos con la misma probabilidad. Las formas de onda utilizadas para transmitir cada símbolo son las siguientes

$$s_0(t) = \begin{cases} +1, & \text{si } 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -1, & \text{si } \frac{T}{2} \leq t < T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad s_1(t) = \begin{cases} +1, & \text{si } 0 \leq t < \frac{T}{4} \\ -1, & \text{si } \frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{2} \\ +1, & \text{si } \frac{T}{2} \leq t < \frac{3T}{4} \\ -1, & \text{si } \frac{3T}{4} \leq t < T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Obtenga una base y una constelación que representen el sistema.
- b) Obtenga otro conjunto de dos señales que tengan la misma probabilidad de error que este sistema pero con la mínima energía media por símbolo, y calcule y compare las energías medias por símbolo del sistema original y del sistema propuesto.
- c) Obtenga el demodulador óptimo mediante correladores, el decisor óptimo y calcule la probabilidad de error del sistema.
- d) Si en lugar del demodulador óptimo se utiliza el demodulador de la figura con  $g(t) = \phi_0(t)$ , obtenga el decisor óptimo, calcule la probabilidad de error del sistema y compárela con la del receptor óptimo.



- e) Repita el apartado anterior con  $g(t) = \phi_0(t) - \phi_1(t)$ .  
 NOTA: tenga en cuenta que ahora  $g(t)$  puede no tener energía unidad.

(3 puntos)

## Problema 2

Se definen dos sistemas de comunicaciones basados en dos canales discretos sin memoria (DMC). El sistema A tiene como alfabeto de entrada  $\mathcal{A}_X = \{x_1, x_2\}$  y como alfabeto de salida  $\mathcal{A}_Y = \{y_1, y_2\}$ . El comportamiento de todo el sistema viene dado por la probabilidad conjunta de los símbolos de entrada y de salida  $P_{XY}(x_i, y_j)$  donde  $i, j \in \{1, 2\}$ . Del mismo modo, el sistema B tiene como alfabeto de entrada  $\mathcal{A}_Y = \{y_1, y_2\}$  y como alfabeto de salida  $\mathcal{A}_Z = \{z_1, z_2\}$ . El comportamiento del sistema viene dado por la probabilidad conjunta de los símbolos de entrada y de salida  $P_{YZ}(y_i, z_j)$  donde  $i, j \in \{1, 2\}$

$P_{XY}(x_i, y_j)$	$x_1$	$x_2$	$P_{YZ}(y_i, z_j)$	$y_1$	$y_2$
$y_1$	$\alpha$	$(1 - \alpha)\epsilon$	$z_1$	$\beta(1 - \epsilon')$	$0$
$y_2$	$0$	$(1 - \alpha)(1 - \epsilon)$	$z_2$	$\beta\epsilon'$	$1 - \beta$

Si queremos estudiar las prestaciones de cada uno de los sistemas de forma independiente con el fin de compararlos:

- Obtenga para el sistema A:  $H(X)$ ,  $H(Y)$  y  $H(X, Y)$ . Para el sistema B obtenga  $H(Z)$  y  $H(Y|Z)$ .
- Para cada uno de los canales obtenga respectivamente  $P_{Y|X}(y_j|x_i)$  y  $P_{Z|Y}(z_j|y_i)$  y dibuje el esquema del DMC asociado en cada uno de los casos. Identifique símbolos de entrada, símbolos de salida y probabilidades de transición.
- Calcule la información mutua para el sistema A.

Si se decide concatenar los dos canales obtenidos (A-B):

- Obtenga el DMC equivalente identificando las probabilidades de transición en cada caso.
- Determine los valores de  $\epsilon$  y  $\epsilon'$  que llevan al canal equivalente a comportarse como un canal binario simétrico (BSC).

(3 puntos)