TEMA 5

MODULACIONES ANALÓGICAS

5.1 - Introducción al concepto de modulación

- Modulación analógica: se imprime la señal analógica en la amplitud, frecuencia o fase de una portadora sinusoidal

$$c(t) = A_c \cdot \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

$$c(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

- Propósitos de la modulación de una señal analógica
  - Adecuar la señal a las características del canal cambiando el rango de frecuencias
  - Multiplexar: acomodar la transmisión simultánea de distintas señales en un mismo medio
  - Expandir el ancho de banda para aumentar la inmunidad al ruido

Tipos de modulaciones analógicas

- Modulación de amplitud (AM)
  AM: *Amplitude Modulation*

$$A_c \rightarrow A_c(t) = f(m(t))$$

- Modulaciones angulares
  - Modulación de frecuencia (FM)
    FM: *Frequency Modulation*

$$f_c \rightarrow f_c(t) = f(m(t))$$

  - Modulación de fase (PM)
    PM: *Phase Modulation*

$$\phi_c \rightarrow \phi_c(t) = f(m(t))$$

Señal analógica a transmitir: $m(t)$

- Características
  - Señal paso bajo de ancho de banda B Hz: $M(j\omega) = 0$ para $|\omega| > 2\pi B$
  - Es una señal de potencia. Su potencia es

$$P_m = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{T/2}^{T/2} |m(t)|^2 dt$$

- Análisis estadístico: Proceso estacionario $M(t)$
  - Es estacionario en sentido amplio (WSS)
  - Media nula
  - Función de autocorrelación $R_M(\tau)$
  - Densidad espectral de potencia $S_M(j\omega)$
  - Proceso limitado en banda: $S_M(j\omega) = 0$ para $|\omega| > 2\pi B$
  - Potencia: P_M

5.2 - Modulaciones de amplitud (AM)

La señal mensaje $m(t)$ se imprime en la amplitud de la señal portadora $c(t)$, es decir, en A_c

- AM: Modulación AM convencional (con portadora)
- DBL: Doble Banda Lateral (sin portadora)
- BLU: Banda Lateral Única
- BLV: Banda Lateral Vestigial

5.2.1 Modulación AM convencional

- Portadora + AM Doble banda lateral

$$s(t) = A_c \cdot [1 + m(t)] \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

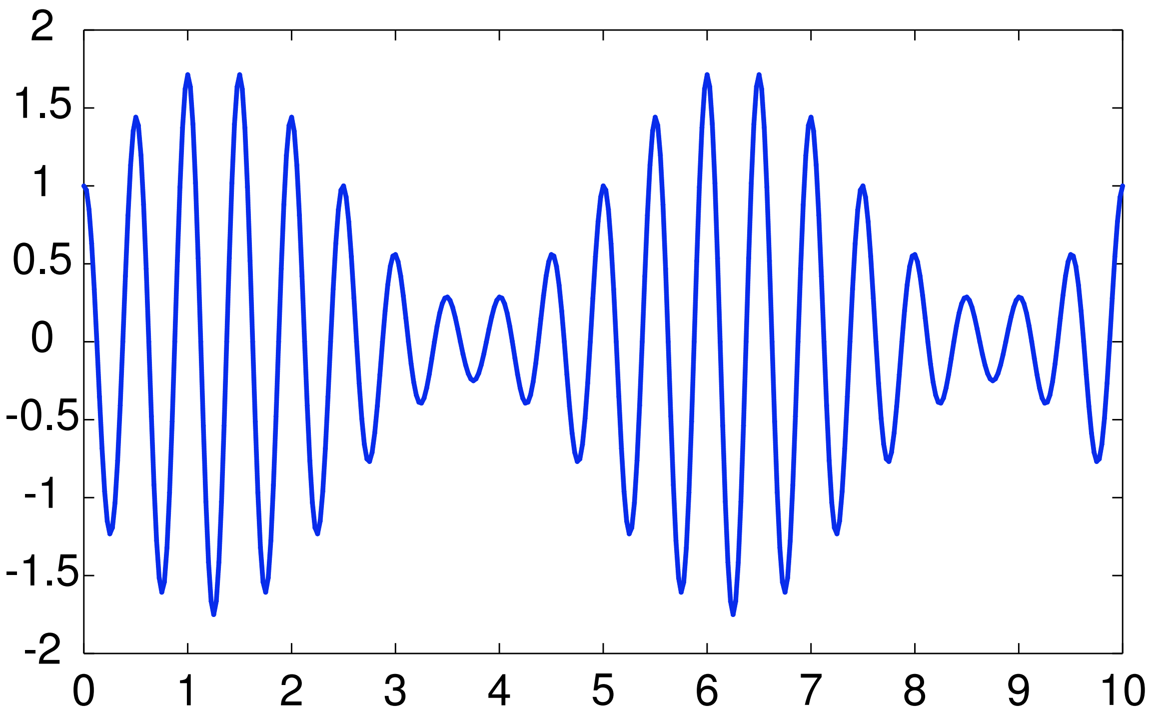
- Sobremodulación: $m(t) < -1$. Para evitarlo $|m(t)| \leq 1$
- Mensaje normalizado ($m_n(t)$) - Índice de Modulación (a)

$$m(t) = a \cdot m_n(t), \qquad m_n(t) = \frac{m(t)}{\max|m(t)|}. \qquad 0 < a < 1$$

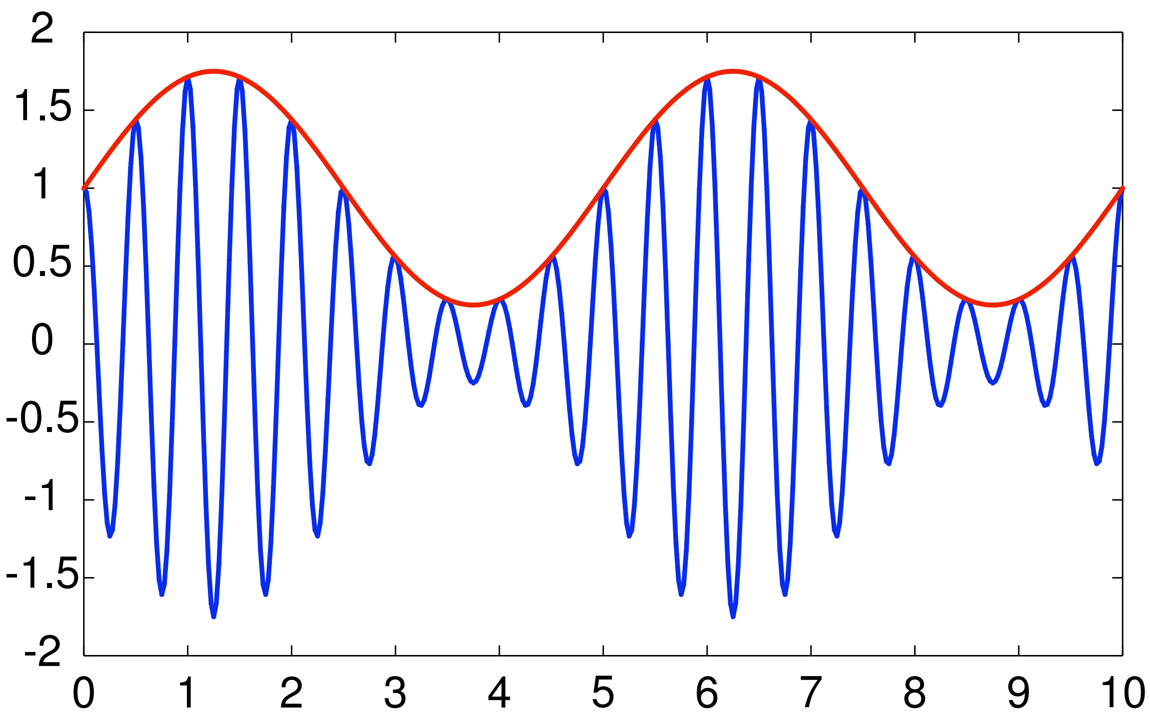
- Señal modulada

$$\begin{aligned} s(t) =& A_c \cdot [1 + a \cdot m_n(t)] \cdot \cos(\omega_c t) \\ =& A_c \cdot \cos(\omega_c t) + A_c \cdot a \cdot m_n(t) \cdot \cos(\omega_c t) \end{aligned}$$

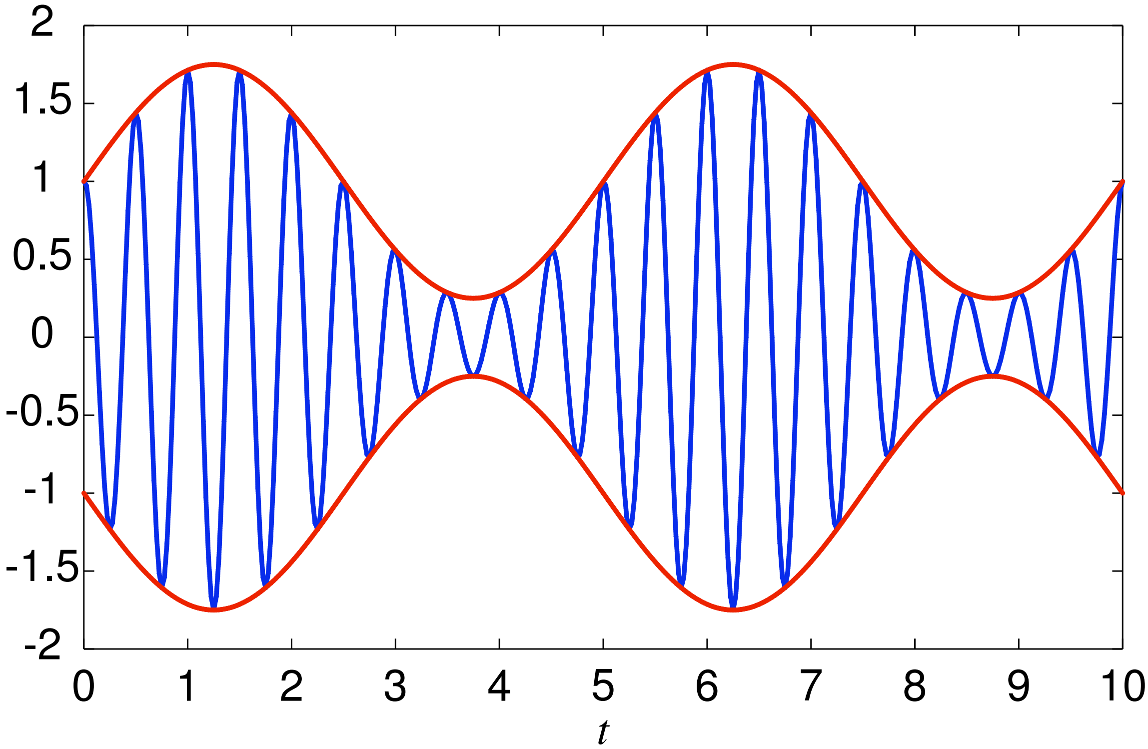
Forma de onda de una modulación AM ($a = 0.75$)



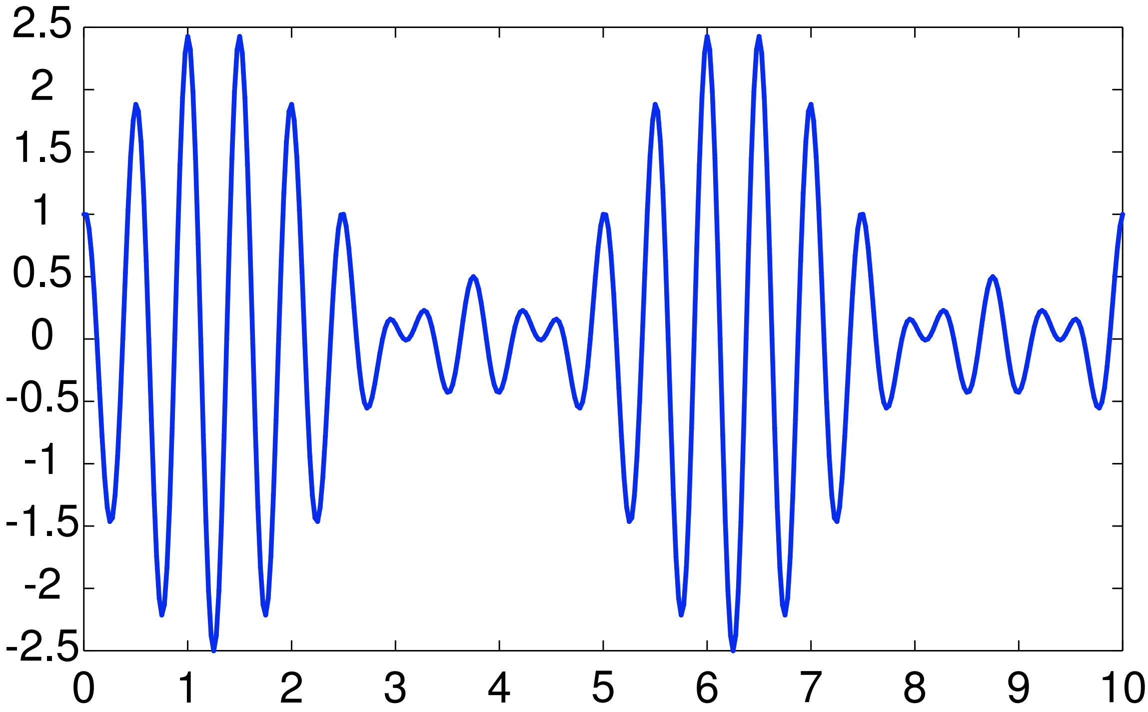
Forma de onda de una modulación AM ($a = 0.75$)



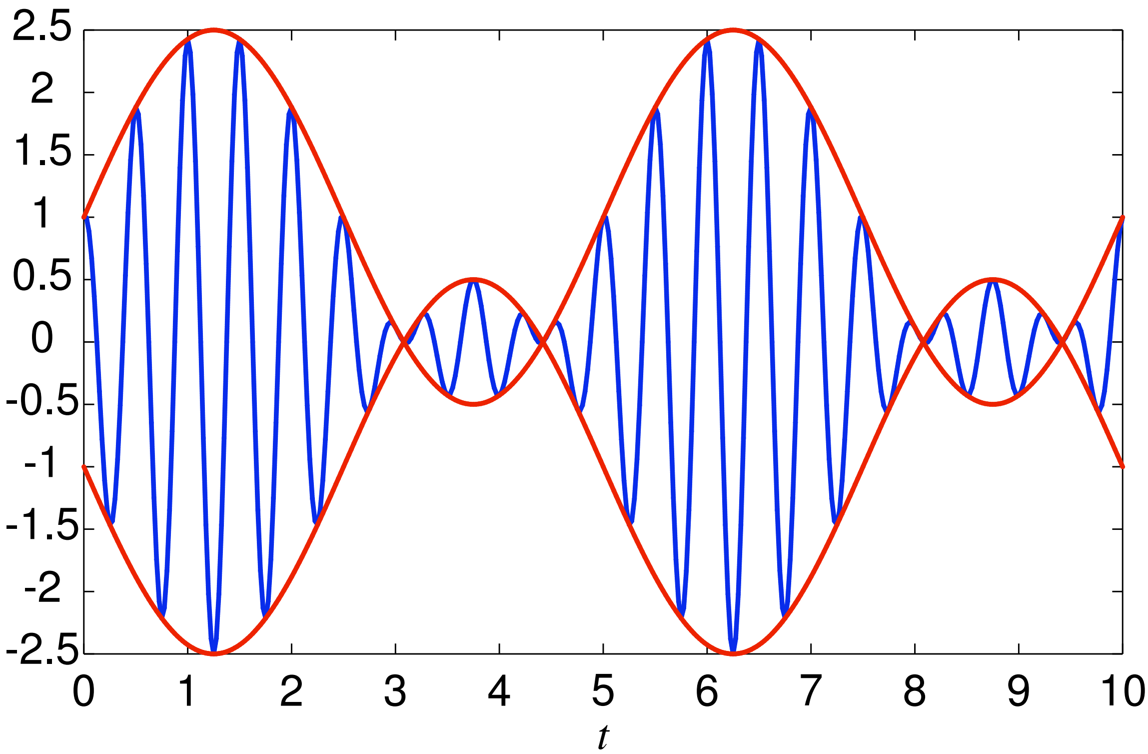
Forma de onda de una modulación AM ($a = 0.75$)



Sobremodulación ($a = 1.5$)



Sobremodulación ($a = 1.5$)



Ancho de banda de AM Convencional

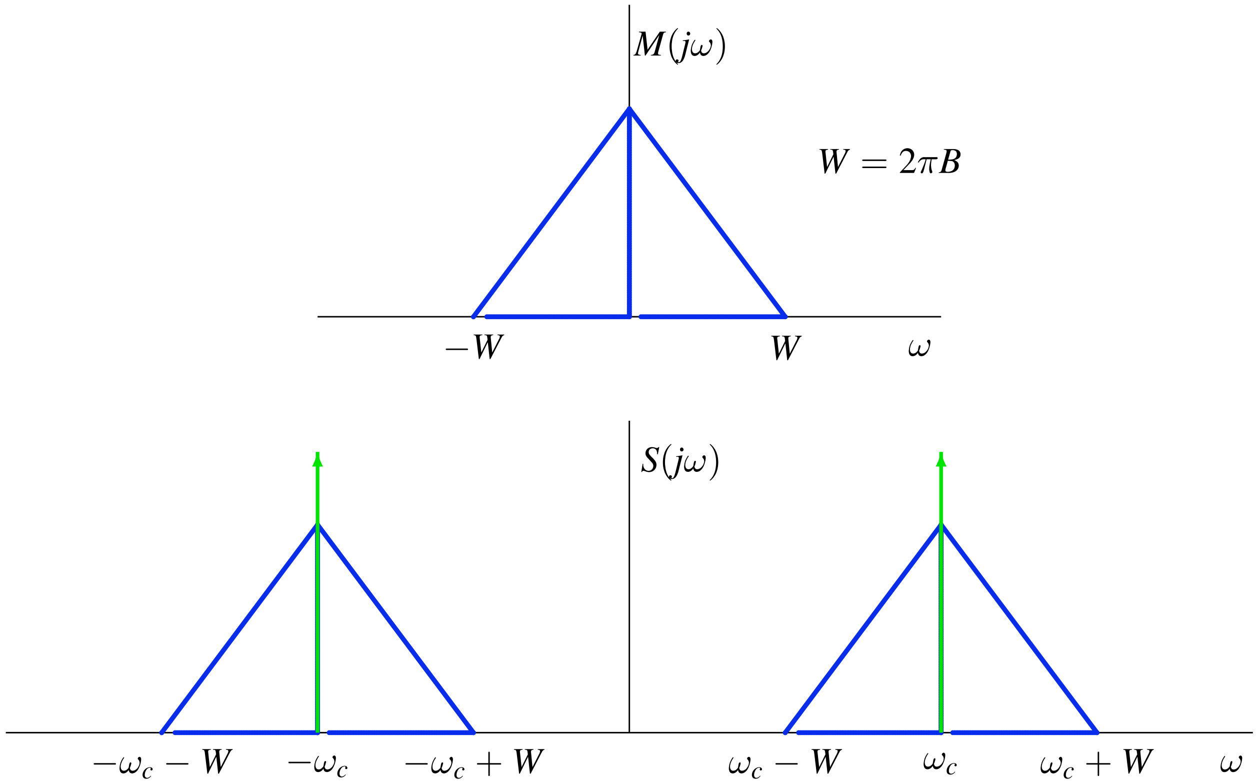
- Señal $m(t)$ determinista con TF $M(j\omega)$, $M(j\omega) = 0$ para $|\omega| > 2\pi B$
- Espectro de señal AM convencional

$$\begin{aligned} S(j\omega) =& TF[A_c \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c)] \\ & + TF[m(t)] * TF[A_c \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c)] \\ =& A_c \cdot \pi \cdot [\delta(\omega - \omega_c) \cdot e^{j\phi_c} + \delta(\omega + \omega_c) \cdot e^{-j\phi_c}] \\ & + \frac{A_c}{2} \cdot [M(j\omega - j\omega_c) \cdot e^{j\phi_c} + M(j\omega + j\omega_c) \cdot e^{-j\phi_c}] \end{aligned}$$

- Ancho de banda de la señal modulada

$$BW_{AM} = 2 \cdot B \text{ Hz}$$

Espectro de la señal AM convencional



Potencia de una AM convencional

- Media de la señal AM convencional

$$m_S(t) = E[s(t)] = A_c[1 + E[M(t)]]\cos(\omega_c t + \phi_c) = A_c \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

- Función de autocorrelación

$$\begin{aligned} R_S(t, t+\tau) &= E[s(t)s(t+\tau)] \\ &= A_c^2 E\left[(1 + M(t))(1 + M(t+\tau))\right]\cos(\omega_c t + \phi_c)\cos(\omega_c(t+\tau) + \phi_c) \\ &= \frac{A_c^2}{2}\left[1 + R_M(\tau)\right]\left[\cos(\omega_c\tau) + \cos(\omega_c(2t+\tau) + 2\phi_c)\right] \end{aligned}$$

- Proceso Cicloestarionario período $T = 1/f_c$.

$$\tilde{R}_S(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} R_S(t, t+\tau)\, dt = \frac{A_c^2}{2}\cdot[1 + R_M(\tau)]\cdot\cos(\omega_c\tau)$$

- Potencia AM convencional

$$P_S = \tilde{R}_S(0) = \frac{A_c^2}{2}\cdot[1 + R_M(0)] = \frac{A_c^2}{2}\cdot[1 + P_M]$$

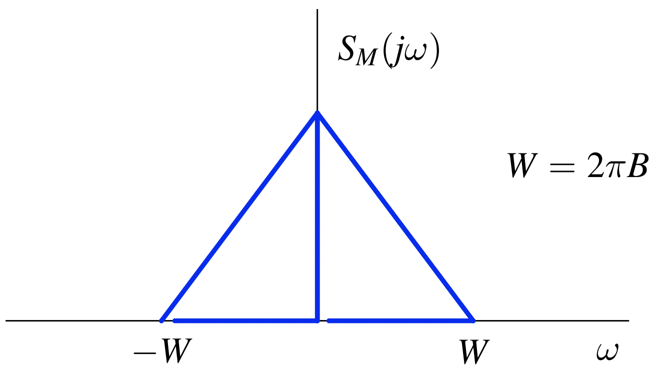
AM Convencional

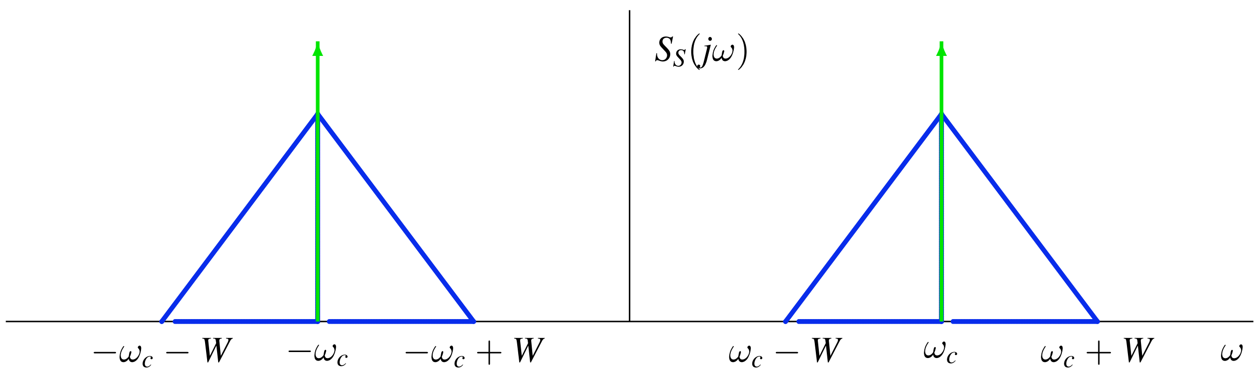
- Densidad espectral de potencia

$$S_S(j\omega) = TF[\tilde{R}_S(\tau)] = \frac{A_c^2}{4} \cdot [S_M(j\omega - j\omega_c) + S_M(j\omega + j\omega_c)] + \frac{A_c^2}{2} \cdot \pi \cdot [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)]$$

- Demodulación AM convencional
  - Demodulador simple: detector de envolvente
    - Si $|m(t)| < 1$, la envolvente (amplitud) es $1 + m(t) > 0$
  - No necesita demodulador síncrono
- Deventajas:
  - Escasa eficiencia en potencia
  - Escasa eficiencia espectral

DEP de la señal AM convencional





5.2.2 Modulación de doble banda lateral sin portadora (DBL)

- Se suprime la portadora de la AM convencional

$$s(t) = m(t) \cdot c(t) = A_c \cdot m(t) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

- Respuesta en frecuencia

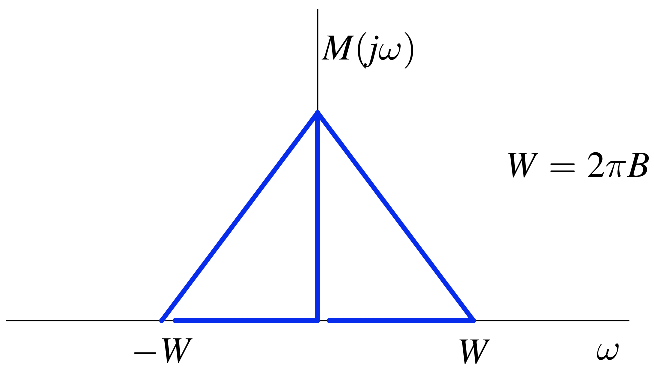
$$\begin{aligned} S(j\omega) =& TF[m(t)] * TF[A_c \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c)] \\ =& \frac{A_c}{2} \cdot [M(j\omega - j\omega_c) \cdot e^{j\phi_c} + M(j\omega + j\omega_c) \cdot e^{-j\phi_c}] \end{aligned}$$

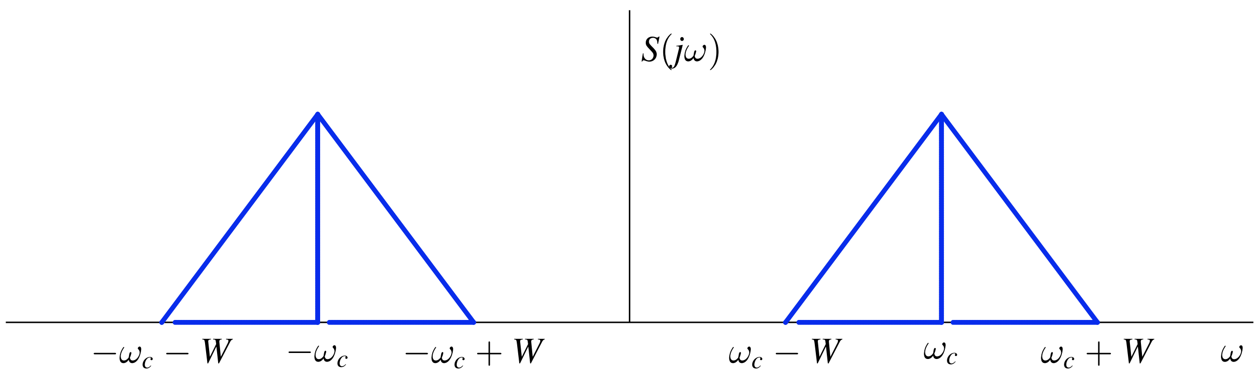
  - Dos bandas laterales: inferior ($|w| < w_c$) y superior ($|w| > w_c$)

- Ancho de banda

$$BW_{DBL} = 2 \cdot B \text{ Hz}$$

Espectro de la señal AM DBL





Potencia DBL

- Media señal modulada

$$m_S(t) = E[S(t)] = A_c \cdot E[M(t)] \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c) = 0$$

- Función de autocorrelación

$$\begin{aligned} R_S(t, t+\tau) =& A_c^2 \cdot E[M(t) \cdot M(t+\tau)] \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c) \cdot \cos(\omega_c (t+\tau) + \phi_c) \\ =& \frac{A_c^2}{2} \cdot R_M(\tau) \cdot [\cos(\omega_c \tau) + \cos(\omega_c (2t+\tau) + 2\phi_c)] \end{aligned}$$

- Potencia

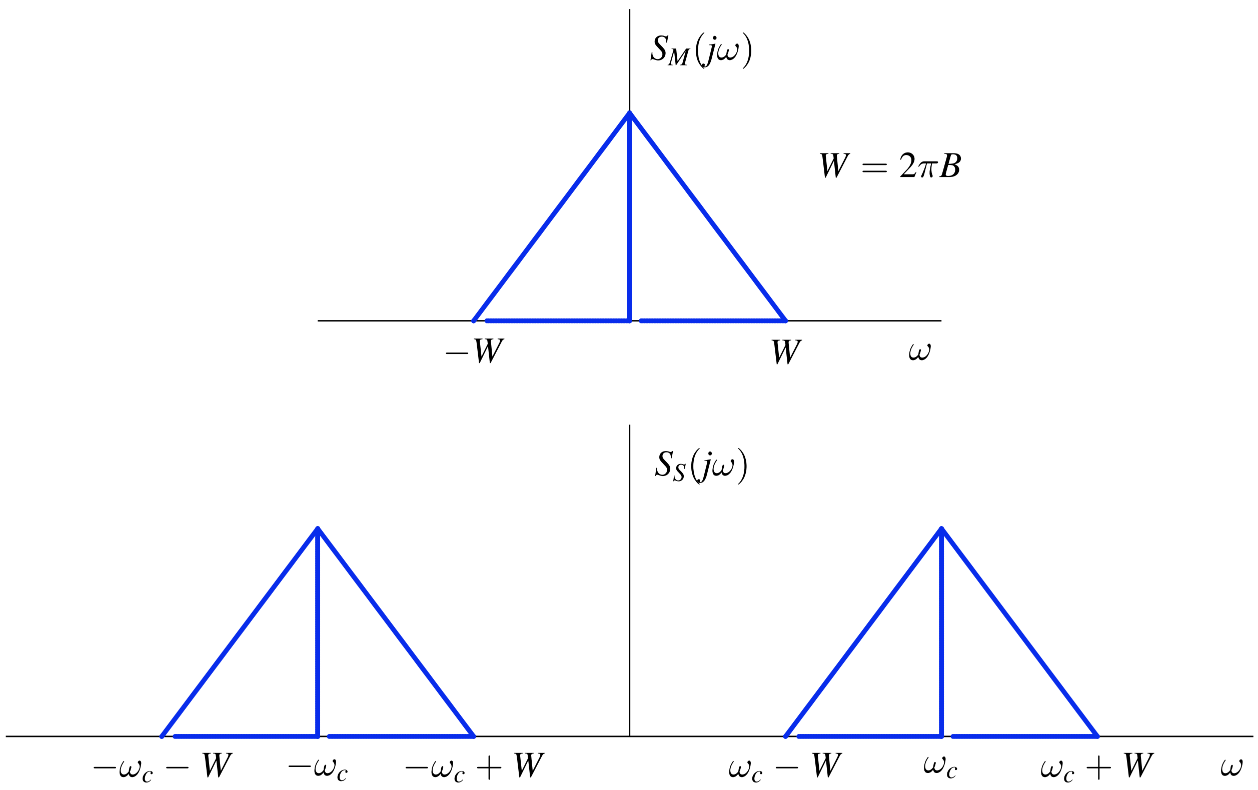
$$\tilde{R}_S(\tau) = \frac{1}{T_o} \int_{-T_o/2}^{T_o/2} R_S(t, t+\tau)\, dt = \frac{A_c^2}{2} \cdot R_M(\tau) \cdot \cos(\omega_c \tau)$$

$$P_S = \tilde{R}_S(0) = \frac{A_c^2}{2} \cdot R_M(0) = \frac{A_c^2}{2} \cdot P_M$$

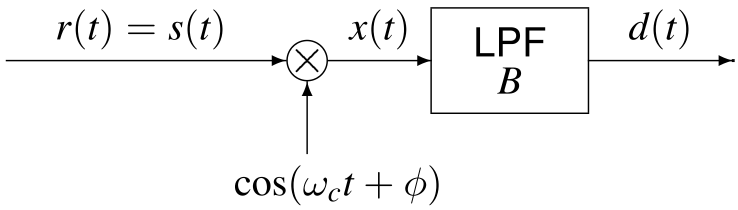
- Densidad espectral de potencia

$$S_S(j\omega) = TF[\tilde{R}_S(\tau)] = \frac{A_c^2}{4} \cdot [S_M(j\omega - j\omega_c) + S_M(j\omega + j\omega)]$$

DEP de la señal AM DBL



Demodulación señales DBL



- Señal demodulada sin filtrar

$$x(t) = \frac{A_c}{2} \cdot m(t) \cdot [\cos(\phi_c - \phi) + \cos(2 \cdot \omega_c t + \phi_c + \phi)]$$

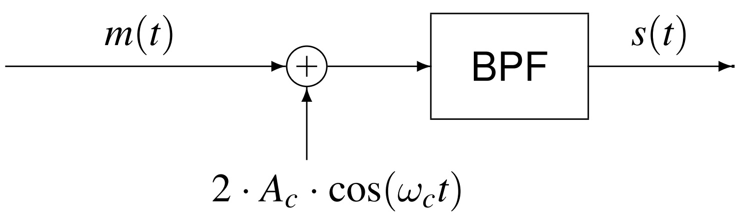
- Señal demodulada filtrada

$$d(t) = \frac{A_c}{2} \cdot m(t) \cdot \cos(\phi_c - \phi)$$

- Demodulación síncrona o coherente
  - Introducir un piloto
  - Usar un PLL

5.2.3 Modulación de banda lateral única (BLU)

- Eficiencia espectral: Se elimina una banda lateral $BW_{BLU} = B$ Hz.



- Señal BLU

$$s(t) = A_c \cdot m(t) \cdot \cos(\omega_c t) \mp A_c \cdot \hat{m}(t) \cdot \sin(\omega_c t)$$

- Transformador de Hilbert ($\hat{m}(t)$): filtro $h(t) = \dfrac{1}{\pi t}$

$$H(j\omega) = \begin{cases} -j, & \omega > 0 \\ j, & \omega < 0 \\ 0, & \omega = 0 \end{cases}$$

Espectro de una señal AM de BLU

- Señal BLU (banda lateral superior):

$$H(j\omega) = u(\omega - \omega_c) + u(-\omega - \omega_c)$$

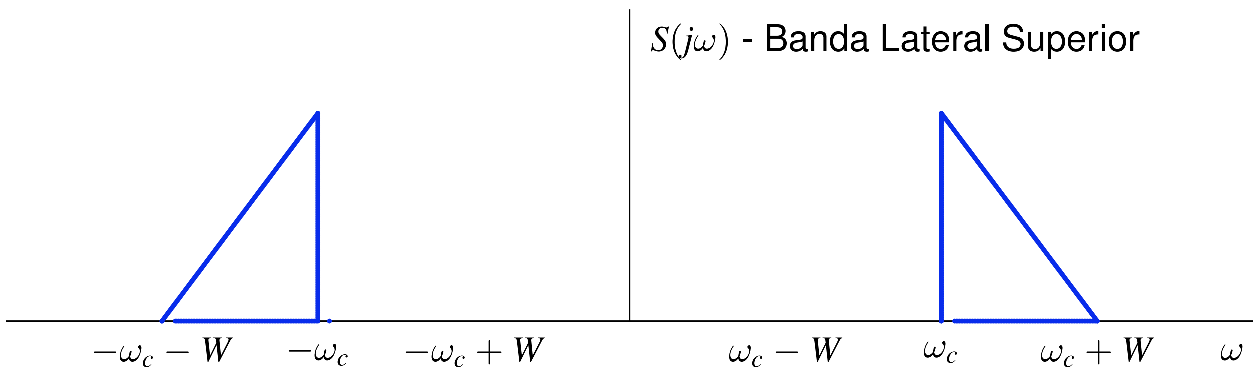
- Espectro de la señal BLU con banda lateral superior

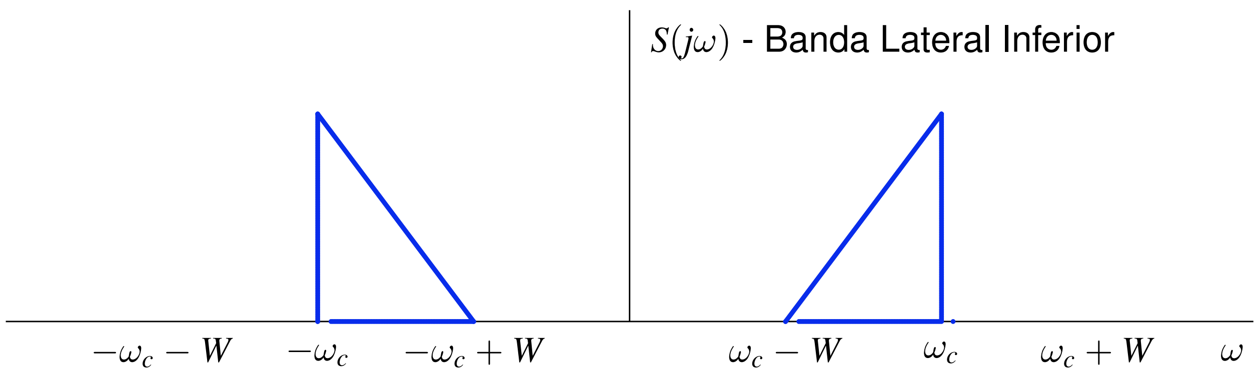
$$S(j\omega) = A_c \cdot [M(j\omega) \cdot u(\omega)|_{\omega=\omega-\omega_c} + M(j\omega) \cdot u(-\omega)|_{\omega=\omega+\omega_c}]$$

- Propiedades:

$$TF\left[\frac{1}{2}\delta(t) + \frac{j}{2\pi t}\right] = u(\omega),\ TF\left[\frac{1}{2}\delta(t) - \frac{j}{2\pi t}\right] = u(-\omega),\ TF[x(t)\cdot e^{j\omega_o t}] = X(j\omega - j\omega_o)$$

Espectro de la señal AM de BLU





Señal BLU

- Señal BLU de banda lateral superior

$$\begin{aligned} s(t) =& A_c \cdot m(t) * \left[\frac{1}{2}\delta(t) + \frac{j}{2\pi t}\right] \cdot e^{j\omega_c t} + A_c \cdot m(t) * \left[\frac{1}{2}\delta(t) - \frac{j}{2\pi t}\right] \cdot e^{-j\omega_c t} \\ =& \frac{A_c}{2} \cdot [m(t) + j\hat{m}(t)] \cdot e^{j\omega_c t} + \frac{A_c}{2} \cdot [m(t) - j\hat{m}(t)] \cdot e^{-j\omega_c t} \end{aligned}$$

$$s_{sup}(t) = A_c \cdot m(t) \cdot \cos(\omega_c t) - A_c \cdot \hat{m}(t) \cdot \sin(\omega_c t)$$

- Señal BLU de banda lateral inferior

$$s_{inf}(t) = A_c \cdot m(t) \cdot \cos(\omega_c t) + A_c \cdot \hat{m}(t) \cdot \sin(\omega_c t)$$

Potencia de una BLU

- Densidad espectral de potencia

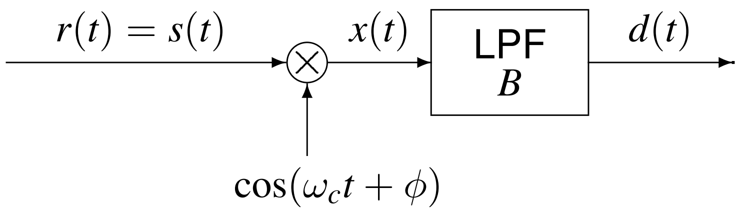
$$S_{S_{sup}}(j\omega) = \begin{cases} A_c^2 \cdot [S_M(j\omega - j\omega_c) + S_M(j\omega + j\omega_c)], & |\omega| > \omega_c \\ 0, & |\omega| < \omega_c \end{cases}$$

$$S_{S_{inf}}(j\omega) = \begin{cases} 0, & |\omega| > \omega \\ A_c^2 \cdot [S_M(j\omega - j\omega_c) + S_M(j\omega + j\omega)], & |\omega| < \omega_c \end{cases}$$

- Potencia de la señal

$$P_S = A_c^2 \cdot P_M$$

Demodulación de señales BLU



- Señal demodulada sin filtrar $x(t)$

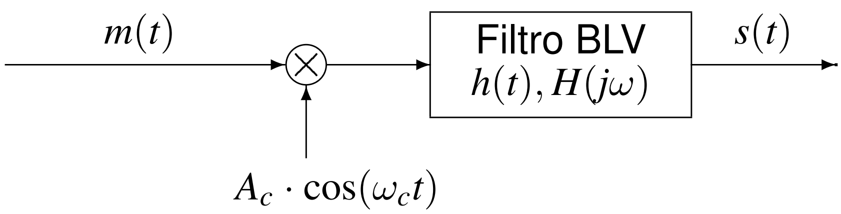
$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot A_c \cdot m(t) \cdot \cos(\phi) \pm \frac{1}{2} \cdot A_c \cdot \hat{m}(t) \cdot \sin(\phi) + \text{ términos } 2\omega_c$$

- Señal demodulada filtrada

$$d(t) = \frac{1}{2} \cdot A_c \cdot m(t) \cdot \cos(\phi) \pm \frac{1}{2} \cdot A_c \cdot \hat{m}(t) \cdot \sin(\phi)$$

- Demodulador síncrono

5.2.4 Modulación de banda lateral vestigial (BLV)



- Señal modulada BLV

$$s(t) = [A_c \cdot m(t) \cdot \cos(\omega_c t)] * h(t)$$

- Señal BLV en el dominio de la frecuencia

$$S(j\omega) = \frac{A_c}{2} \cdot [M(j\omega - j\omega_c) + M(j\omega + \omega_c)] \cdot H(j\omega)$$

Características filtro BLV

- Señal demodulada (sin filtrar)

$$x(t) = s(t) \cdot \cos(\omega_c t), \qquad X(j\omega) = \frac{1}{2} \cdot [S(j\omega - j\omega_c)) + S(j\omega + j\omega_c))].$$

$$X(j\omega) = \frac{A_c}{4} \cdot [M(j\omega - j2\omega_c) + M(j\omega)] \cdot H(\omega - \omega_c) + \frac{A_c}{4} \cdot [M(j\omega) + M(j\omega + j2\omega_c)] \cdot H(j\omega + j\omega_c)$$

- Señal demodulada filtrada

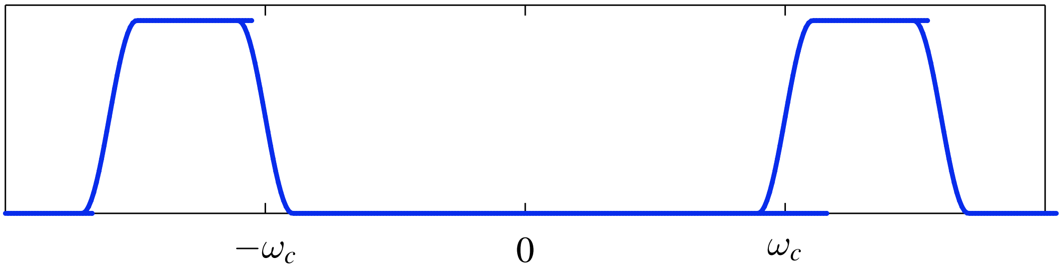
$$D(j\omega) = \frac{A_c}{4} \cdot M(j\omega) \cdot [H(j\omega - j\omega_c) + H(j\omega + j\omega_c)]$$

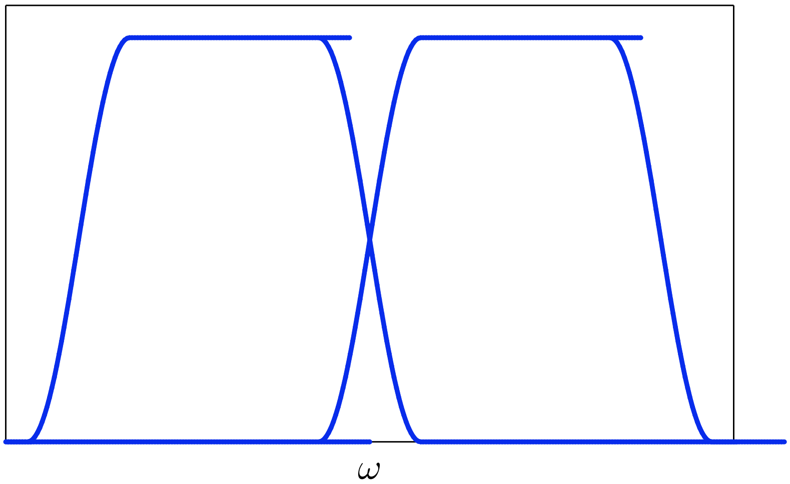
Para que no se produzca distorsión, este filtro ha de cumplir

$$H(j\omega - j\omega_c) + H(j\omega + j\omega) = \text{cte}, \quad |\omega| \leq 2\pi B$$

Simetría impar respecto a ω_c en $\omega_c - \omega_a < \omega < \omega_c + \omega_a$

Filtro de Banda Lateral Vestigial





Filtro de Banda Lateral Vestigial