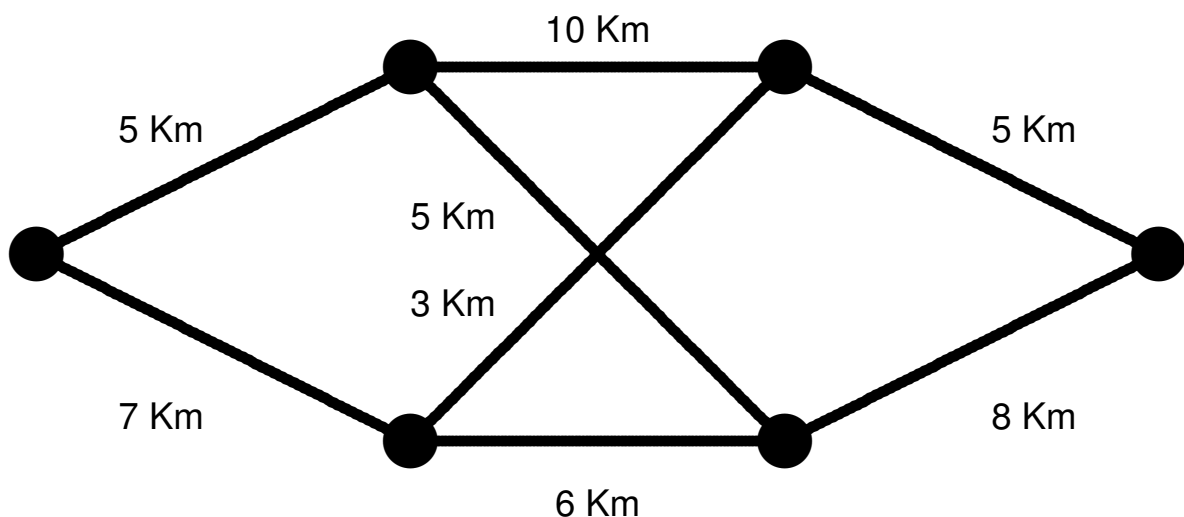


Obtención de la secuencia ML - Algoritmo de Viterbi

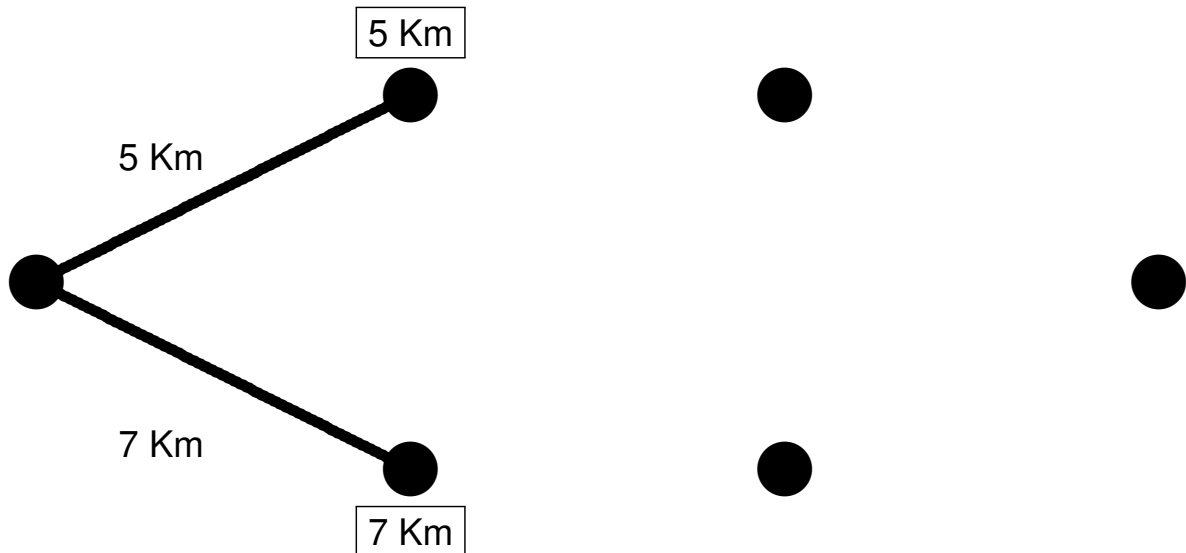
- Evaluación de la métrica de verosimilitud para las M^L posibles secuencias para obtener la secuencia ML
 - ▶ Analíticamente, o mediante la métrica de camino de M^L caminos a través de la rejilla
 - ▶ Computacionalmente costoso
- Obtención eficiente de la secuencia ML - Algoritmo de Viterbi
 - ▶ Cálculo eficiente del camino más corto a través de una rejilla
- Principios básicos del algoritmo
 - ▶ Una rejilla consta de una serie de nodos (estados en nuestro problema) y ramas uniendo nodos
 - ▶ Un camino consiste en una secuencia conexas de ramas
 - ▶ Métrica de rama: define la métrica asociada a cada rama
 - ▶ Métrica de camino: suma de las métricas de rama del camino
 - ▶ Camino superviviente para un nodo: el camino que llega al nodo con la menor métrica
 - ▶ Métrica acumulada de un nodo: métrica de su camino superviviente

Algoritmo de Viterbi - Un ejemplo sencillo



- Objetivo: encontrar el camino más corto a través de una rejilla
- Un ejemplo para estas métricas de rama

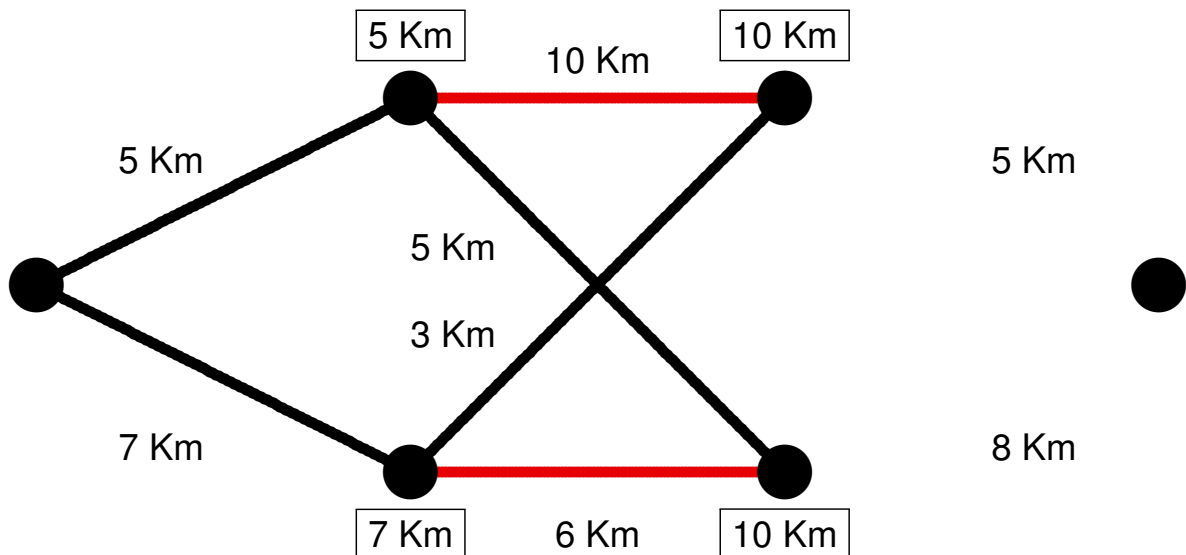
Algoritmo de Viterbi - Un ejemplo sencillo



• Primer paso

- ▶ Cálculo de métricas de rama que abren la rejilla
- ▶ Métrica acumulada de cada nodo se resalta con el recuadro

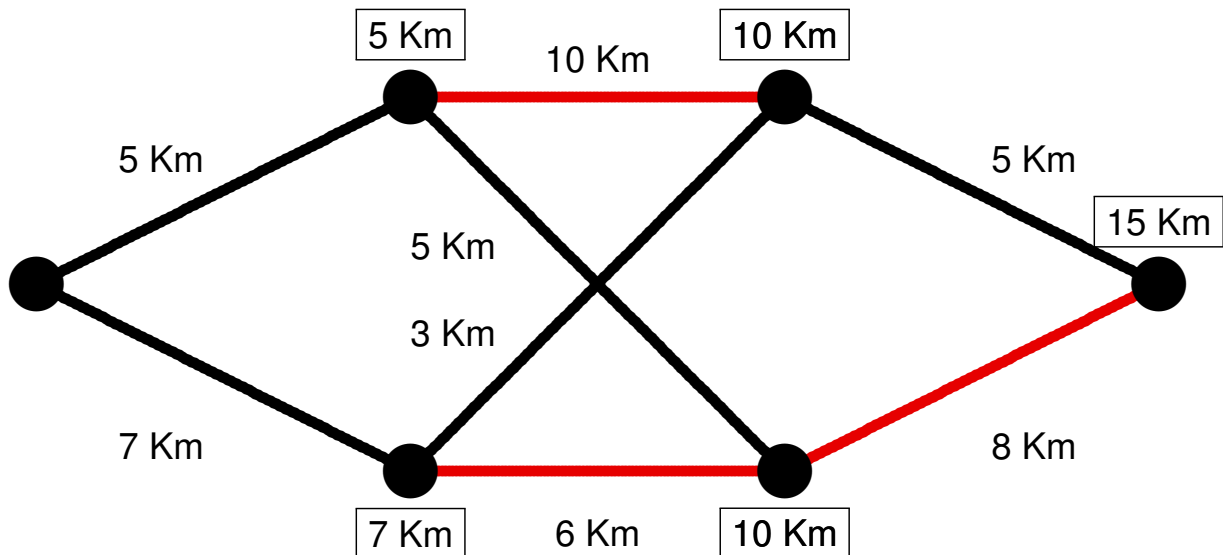
Algoritmo de Viterbi - Un ejemplo sencillo



• Segundo paso

- ▶ Cálculo de los caminos supervivientes (en negro) para cada nodo en la siguiente etapa
 - ★ Nodo superior: $7 \text{ Km} + 3 \text{ Km}$ es menor que $5 \text{ Km} + 10 \text{ Km}$
 - ★ Nodo inferior: $5 \text{ Km} + 5 \text{ Km}$ es menor que $7 \text{ Km} + 6 \text{ Km}$

Algoritmo de Viterbi - Un ejemplo sencillo

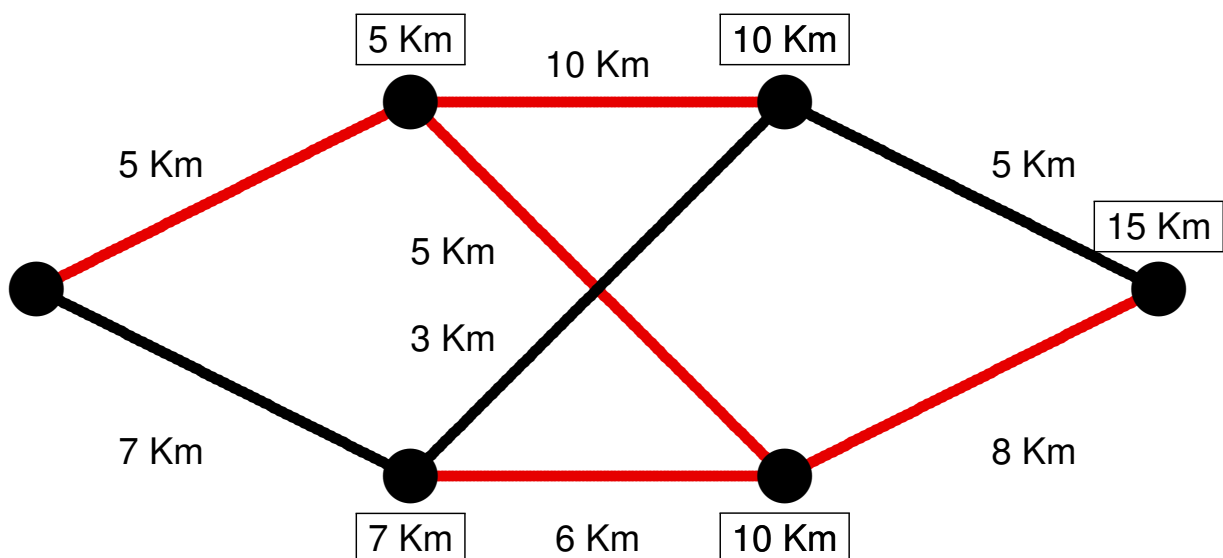


- Tercer paso

- ▶ Cálculo del camino superviviente en la última etapa (en negro)

- ★ $10 \text{ Km} + 5 \text{ Km}$ es menor que $10 \text{ Km} + 8 \text{ Km}$

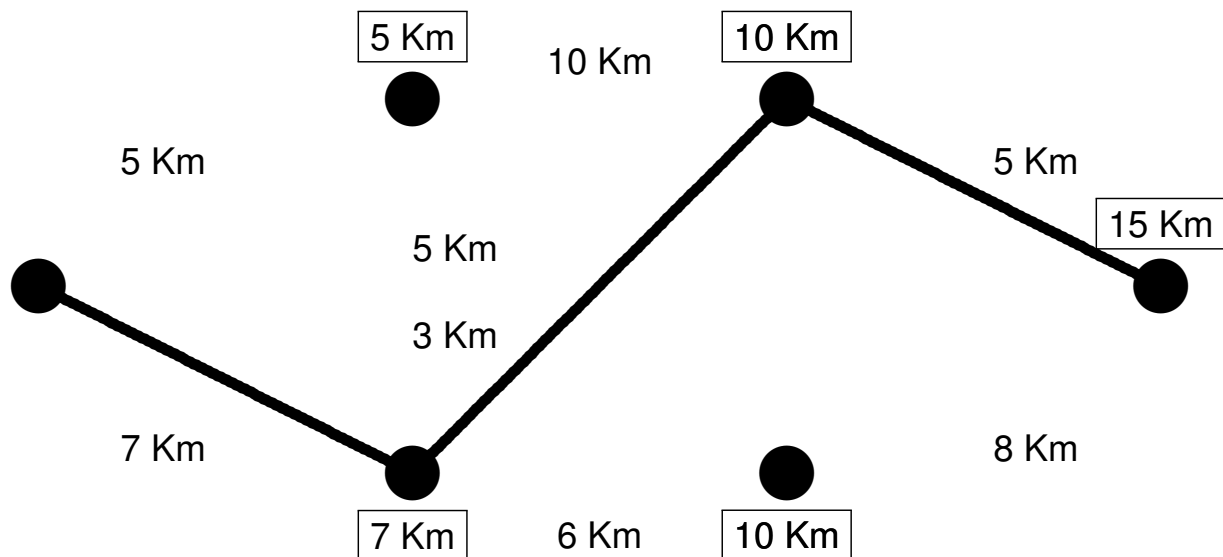
Algoritmo de Viterbi - Un ejemplo sencillo



- Cuarto paso

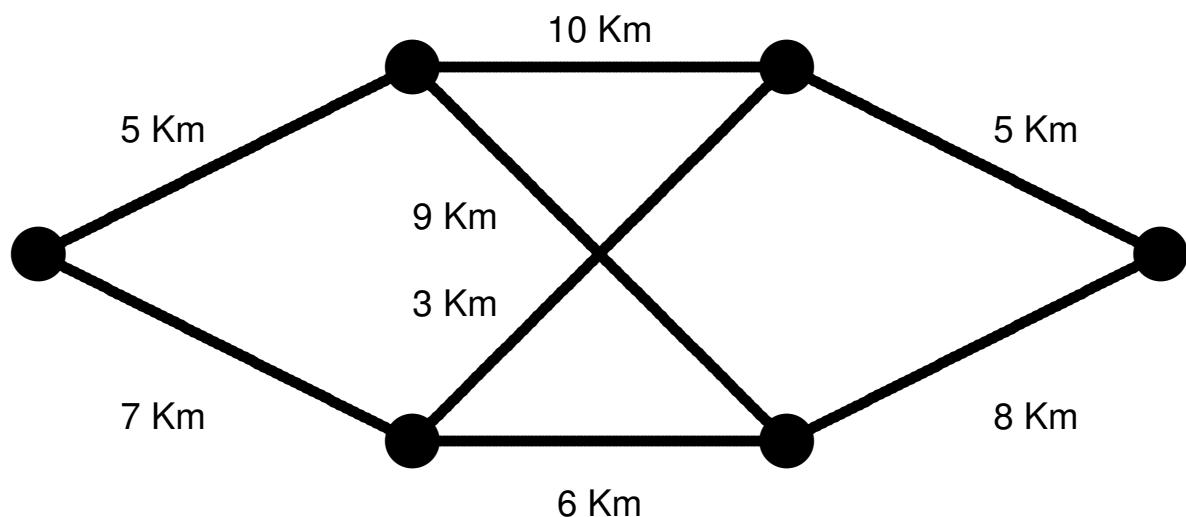
- ▶ Volver hacia atrás a través del camino superviviente
 - ★ Identificación del único camino superviviente (en negro)
 - ★ Se eliminan los enlaces que enlazaban caminos no supervivientes (rojo)

Algoritmo de Viterbi - Un ejemplo sencillo



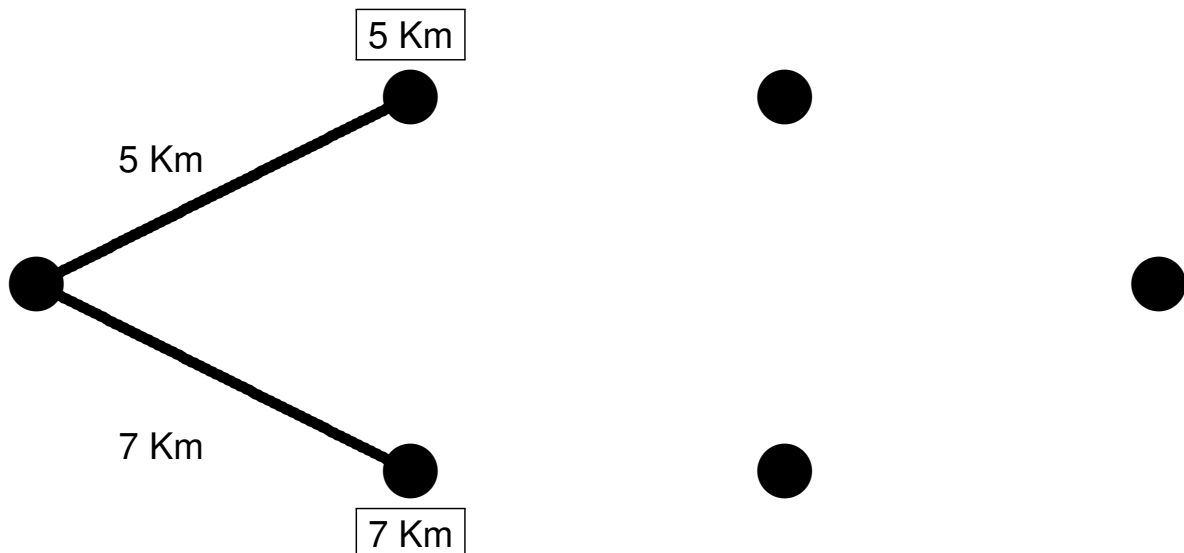
- Resultado final
 - ▶ Se ha identificado el camino más corto

Identificación parcial del camino más corto



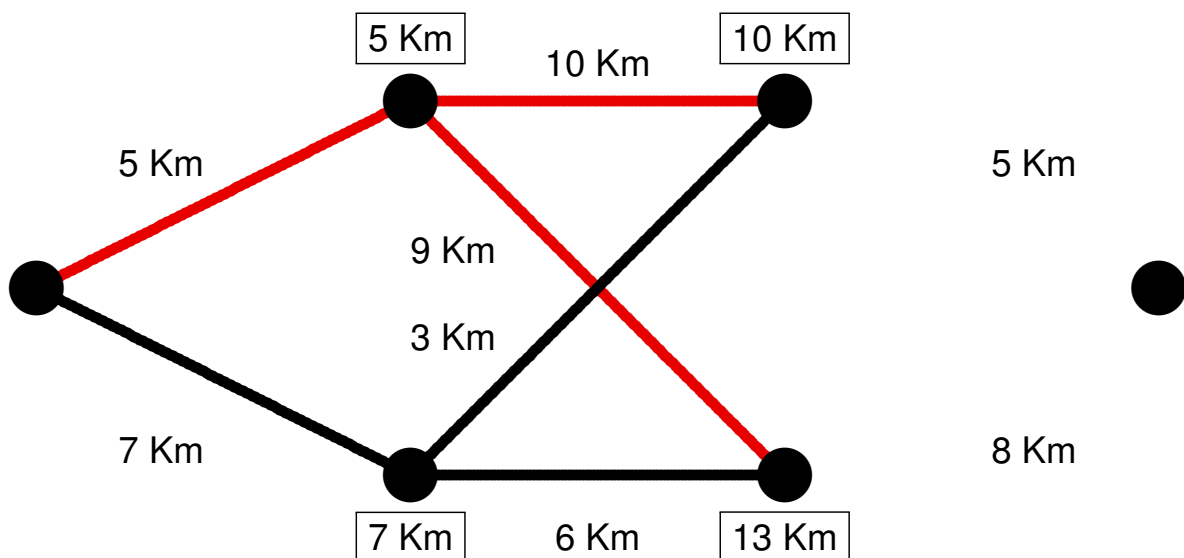
- En el ejemplo anterior, la identificación de cada rama del camino superviviente requiere llegar al nodo final
 - ▶ El camino parcial puede ser identificado antes bajo ciertas condiciones

Identificación parcial del camino más corto



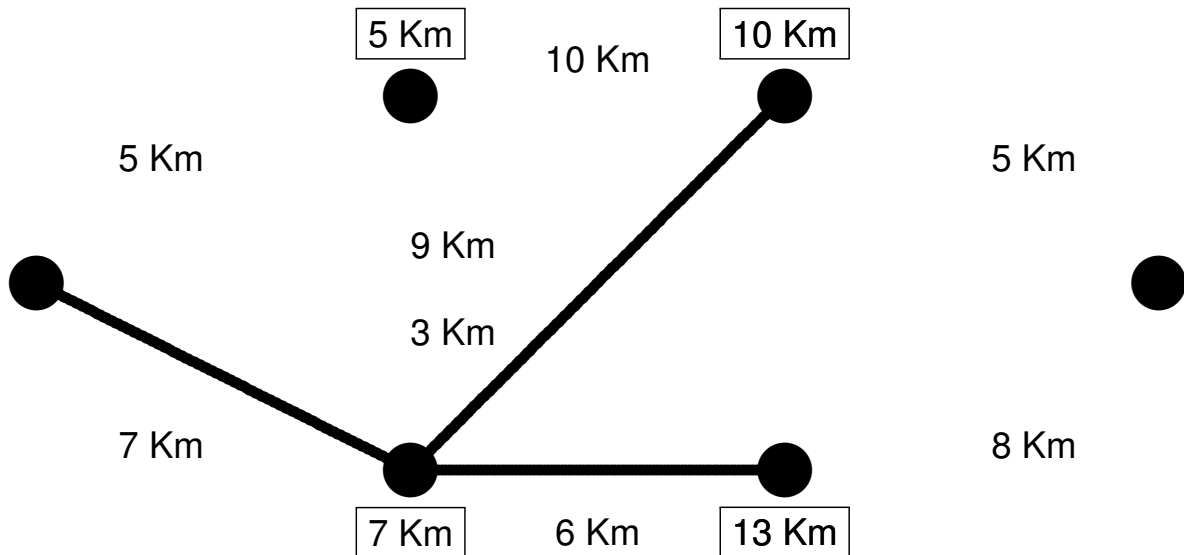
- Primer paso
 - ▶ Cálculo de las métricas para abrir la rejilla

Identificación parcial del camino más corto



- Segundo paso
 - ▶ Cálculo de los caminos supervivientes (en negro) para cada nodo en la siguiente etapa
 - ★ Upper node: $7 \text{ Km} + 3 \text{ Km}$ es menor que $5 \text{ Km} + 10 \text{ Km}$
 - ★ Lower node: $7 \text{ Km} + 6 \text{ Km}$ es menor que $5 \text{ Km} + 9 \text{ Km}$

Identificación parcial del camino más corto



- Los caminos supervivientes al llegar a esta etapa se han fundido en la etapa anterior (el nodo inferior, con métrica 7 Km)
 - ▶ Se sabe cuál es la primera rama del camino más corto !!!
 - ▶ Se conoce sin necesidad de procesar la última etapa

Viterbi aplicado a un receptor con ISI - Ejemplo

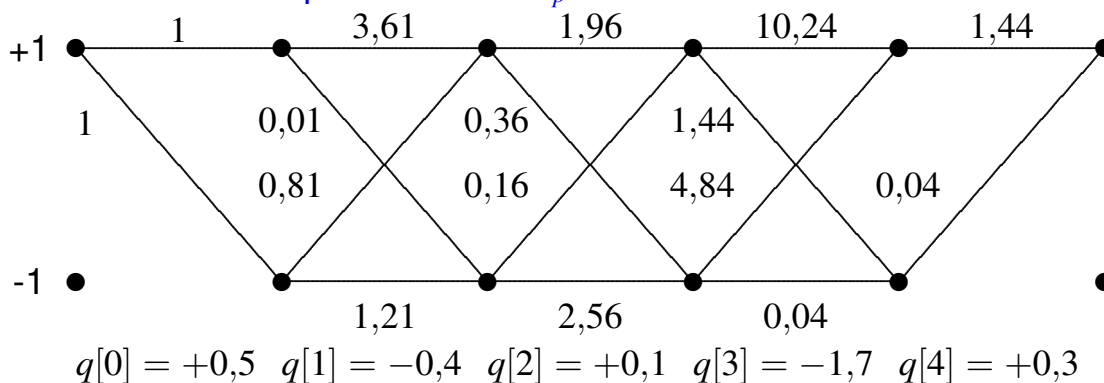
- Ejemplo anterior con los siguientes parámetros
 - ▶ Canal discreto equivalente de memoria $K_p = 1$
 - ▶ Secuencia a decodificar de longitud $L = 4$ símbolos

$$A[0], A[1], A[2], A[3]$$

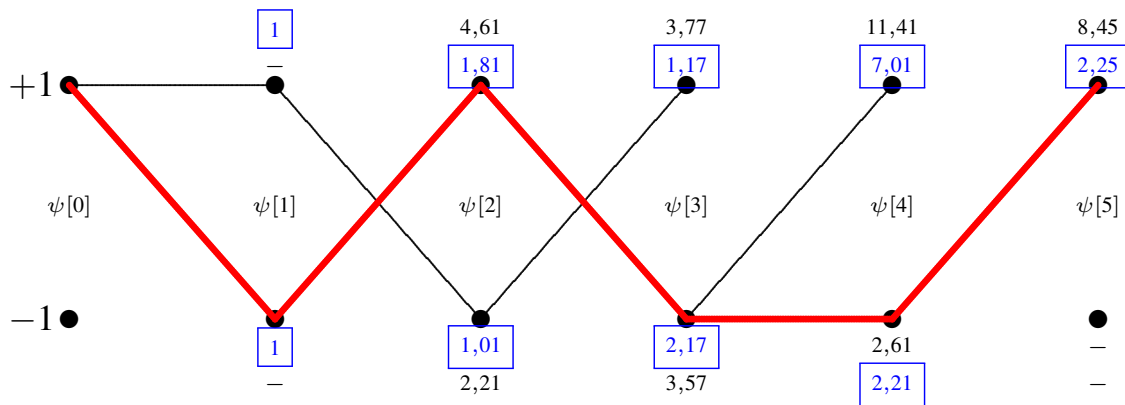
- ▶ Cabecera cíclica de K_p símbolos para determinar estado inicial ($\psi[0]$) y final ($\psi[K_p + L]$)

$$\text{Cabecera } A[-1] = A[L] = +1 \rightarrow \phi[0] = +1, \psi[5] = +1$$

- ▶ Métricas de rama resultantes para la observación ($|q[n] - o[n]|^2$)
 - ★ Se procesan $L + K_p$ transiciones



Viterbi aplicado a un receptor con ISI - Ejemplo (II)



- Resultado de la aplicación del algoritmo
- Para cada estado, se resalta la métrica de su camino superviviente
- El camino asociado a la secuencia de máxima verosimilitud se resalta en rojo
 - ▶ Este camino está asociado a la siguiente secuencia transmitida

$$\hat{A}[0] = -1, \hat{A}[1] = +1, \hat{A}[2] = -1, \hat{A}[3] = -1$$

Algoritmo de Viterbi truncado

- Para asegurar la decodificación de L símbolos de datos
 - ▶ Estados inicial y final conocidos
 - ★ Cabecera cíclica de K_p símbolos conocidos entre L símbolos de datos (define estado inicial y final)
 - ★ Procesado de $L + K_p$ transiciones de la rejilla para decodificar L símbolos de datos
 - ★ Restricciones de memoria y de retardo
- Decisión de $A[n]$ antes de procesar $L + K_p$ observaciones requiere la fusión de los caminos supervivientes en $\psi[n + 1]$
 - ▶ Introducción de un retraso arbitrario
 - ▶ Necesidad de almacenamiento de información
- Algoritmo truncado con profundidad de truncado d
 - ▶ Tras procesar la observación en el instante discreto n (transición de $\psi[n]$ a $\psi[n + 1]$ en la rejilla), se toma la decisión para el símbolo $A[n - d]$
 - ★ Elección del símbolo asociado al camino superviviente con mínima métrica acumulada