

# DETECCIÓN DE SEÑALES DE COMUNICACIONES

COMUNICACIONES DIGITALES  
Curso Académico 2013 – 2014

## PRÁCTICA 1

### Objetivos

La transmisión de información en sistemas de comunicaciones digitales, tanto en banda base como en paso banda, puede verse afectada por varios tipos de distorsión. Algunas fuentes de distorsión, como el ruido o el efecto de distorsión lineal del canal, son inherentes a la propia transmisión, mientras que otros pueden deberse a errores en algún módulo del sistema de comunicaciones.

En esta práctica, que se realizará en las dos primeras sesiones de prácticas del curso, se simularán en Matlab algunos de los efectos de distorsión que se producen durante la transmisión, de modo que el alumno aprenderá a simular a nivel básico un sistema de comunicaciones digital, y a analizar las consecuencias de algunos parámetros del mismo a través de las simulaciones realizadas.

Al finalizar la práctica, después de la segunda sesión, cada alumno deberá entregar en el plazo de una semana una memoria que contenga las respuestas a las cuestiones que se plantean en los distintos apartados de la práctica.

### 1. Ficheros Matlab

Para la realización de la práctica están disponibles una serie de ficheros que implementan en código Matlab la generación de varios tipos de señales de interés. Los ficheros están disponibles en Aula Global y en la página web de la asignatura. A continuación se enumeran estas funciones.

Nombre	Descripción breve
genera_bits	Genera una secuencia aleatoria de bits con la longitud especificada
genera_pam	Genera símbolos de una modulación M-PAM del orden especificado
genera_qam	Genera símbolos de una modulación M-QAM del orden especificado
decisor_pam	Implementa el decisor para una modulación M-PAM del orden especificado
decisor_qam	Implementa el decisor para una modulación M-QAM del orden especificado
genera_ruido	Genera una secuencia discreta de ruido gaussiano para un cierto valor de $N_0$ , en banda base o en paso banda
codifica_gray_pam	Realiza la conversión de bits a símbolos M-PAM del orden especificado utilizando una codificación de Gray
codifica_gray_qam	Realiza la conversión de bits a símbolos M-QAM del orden especificado utilizando una codificación de Gray

decodifica_gray_pam	Realiza la conversión de símbolos M-PAM a bits utilizando una asignación binaria de Gray
decodifica_gray_qam	Realiza la conversión de símbolos M-QAM a bits utilizando una asignación binaria de Gray
codifica_secuencial_pam	Realiza la conversión de bits a símbolos M-PAM del orden especificado utilizando una asignación binaria secuencial
codifica_secuencial_qam	Realiza la conversión de bits a símbolos M-QAM del orden especificado utilizando una asignación binaria secuencial
decodifica_secuencial_pam	Realiza la conversión de símbolos M-PAM a bits utilizando una asignación binaria secuencial
decodifica_secuencial_qam	Realiza la conversión de símbolos M-QAM a bits utilizando una asignación binaria secuencial
genera_observacion_Viterbi_pam	Genera, para un canal dado y una cierta constelación M-PAM, la secuencia de observaciones que se utilizaría posteriormente para obtener la secuencia más verosímil mediante el algoritmo de Viterbi

Para encontrar más información sobre estas funciones o sobre cualquier otra función, puede utilizar el comando `help` de Matlab.

### 1.1. Funciones Matlab de interés

Algunas funciones de Matlab pueden ser interesantes para el desarrollo de la práctica. A continuación se enumeran algunas de ellas.

Nombre	Descripción breve
<code>rand</code>	Genera números aleatorios con distribución uniforme
<code>randn</code>	Genera números aleatorios con distribución gaussiana
<code>plot</code>	Representa una función continua en el tiempo
<code>digplot</code>	Representa una función discreta en el tiempo
<code>semilogy</code>	Representa una función con una escala logarítmica en el eje de ordenadas
<code>find</code>	Encuentra los índices de los elementos de un vector que cumplen una condición
<code>conv</code>	Realiza la convolución de dos secuencias discretas
<code>print</code>	Permite guardar una figura en diferentes formatos gráficos
<code>inv</code>	Calcula la inversa de una matriz
<code>pinv</code>	Calcula la pseudo-inversa de Moore-Penrose de una matriz
<code>transpose</code>	Calcula la transpuesta de una matriz o vector
<code>ctranspose</code>	Realiza la operación de transposición y conjugado de una matriz (operador hermítico)

Para encontrar más información sobre estas funciones o sobre cualquier otra función, puede utilizar el comando `help` de Matlab.

## 2. Efecto del ruido - Relación $E_b/N_0$

El ruido es uno de los principales factores que degradan las prestaciones en un sistema de comunicaciones. La magnitud de la degradación depende de la estadística y distribución de la señal de ruido, la potencia de la misma y de la potencia de la señal transmitida. En cuanto a la estadística y distribución del ruido, lo más común es modelar el ruido  $n(t)$  que se suma a la señal modulada como un proceso aleatorio estacionario, blanco, gaussiano y con densidad espectral de potencia  $N_0/2$ . Cuando en el receptor se utiliza un filtro  $f(t)$  cuya función de ambigüedad temporal,  $r_f(t) = f(t) * f(-t)$ , cumple el criterio de Nyquist para la ausencia de ISI a tiempo de símbolo  $T$ , esto implica que el ruido muestreado a la salida del demodulador,  $z[n]$ , es también blanco y

gausiano, y que su densidad espectral de potencia toma un valor constante,  $S_z(e^{j\omega}) = \sigma_z^2$ , que coincide con la varianza de la distribución gaussiana y con la potencia de la señal, siendo  $\sigma_z^2 = \frac{N_0}{2}$  para transmisiones en banda base y  $\sigma_z^2 = N_0$  para transmisiones paso banda<sup>1</sup>.

En cuanto a las potencias de la señal transmitida y la potencia del ruido, la relación entre ambas se cuantifica con diferentes medidas. Una de las más comunes es la denominada *relación energía de bit /  $N_0$* , o relación  $E_b/N_0$ . Esta relación se define como el cociente entre la energía media por bit transmitido y el valor de  $N_0$ , que en este caso es

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{E_s}{m \cdot N_0},$$

donde  $E_s = E[|A[n]|^2]$  es la energía media por símbolo de la constelación que se transmite, que tendrá  $M$  posibles valores, y  $m = \log_2(M)$  es el número de bits por símbolo en dicha constelación. Habitualmente, esta relación se suele expresar en decibelios, siendo este valor en decibelios

$$\frac{E_b}{N_0} (dB) = 10 \log_{10} \frac{E_b}{N_0}.$$

A medida que aumenta la potencia de la señal de ruido, se incrementa la probabilidad de cometer errores en la transmisión, ya que la observación recibida a la salida del demodulador,  $q[n]$ , se aleja más en media del valor del símbolo que se ha transmitido. La intensidad de ruido existente, en sistemas de comunicaciones en paso banda, puede visualizarse mediante los diagramas de dispersión, que representan la observación de componente en fase,  $q_I[n]$ , frente a la observación de la componente en cuadratura,  $q_Q[n]$ .

El alumno deberá representar el diagrama de dispersión para una modulación 16-QAM transmitida sobre un canal gaussiano, sin distorsión lineal, para varios valores de relación  $E_b/N_0$ , en concreto para los siguientes valores

- 30 dB
- 10 dB
- 3 dB

Para cada uno de los valores de relación  $E_b/N_0$ , además, deberá proporcionar el valor de  $N_0$ .

### 3. Efectos de la interferencia intersimbólica

Uno de los efectos más habituales en los sistemas de comunicaciones digitales es la interferencia intersimbólica (ISI, *Inter-Symbol Interference*), que se produce debido a la distorsión lineal que introducen los canales de comunicaciones. Es bien conocido que el principal efecto de la interferencia intersimbólica es que se genera en el receptor una constelación expandida diferente a la constelación de símbolos que se ha transmitido. Este efecto se puede visualizar en sistemas de comunicaciones en paso banda también mediante los diagramas de dispersión.

La degradación introducida por la ISI en un sistema de comunicaciones depende de varios factores, como la longitud del canal discreto equivalente, la amplitud relativa de los términos del mismo respecto al término principal, y del orden de la constelación que se transmite. En este apartado se analizará el efecto de estos factores representando diagramas de dispersión obtenidos en la transmisión sobre distintos canales discretos equivalentes.

<sup>1</sup>Recuerde que en este caso el ruido es un proceso complejo, con la parte real modelando el ruido en la componente en fase,  $z_I[n]$ , y la parte imaginaria modelando el ruido en la componente en cuadratura,  $z_Q[n]$ , y que ambas componentes de ruido son independientes y con varianza  $\sigma_{z_I}^2 = \sigma_{z_Q}^2 = \frac{N_0}{2}$ .

En primer lugar, para una modulación 4-QAM el alumno obtendrá el diagrama de dispersión cuando se transmite con una relación  $E_b/N_0$  de 30 dB a través del siguiente canal discreto equivalente con longitud 2 (memoria del canal  $K_p = 1$ )

$$p[n] = \delta[n] + a \cdot \delta[n - 1],$$

para varios valores de  $a$ , en concreto  $a \in \{\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}\}$ . Explique el efecto que supone incrementar el valor de  $a$ .

A continuación, repetirá el apartado anterior con una modulación 16-QAM y explicará la diferencia que se observa con respecto al caso anterior y las conclusiones que extrae al respecto.

Finalmente, probará el efecto de incrementar la longitud del canal discreto equivalente, para lo que se repetirán los apartados anteriores con el canal

$$p[n] = \delta[n] + a \cdot \delta[n - 1] + \frac{a}{2} \cdot \delta[n - 2].$$

## 4. Efecto del ruido en las probabilidades de error

El ruido afecta de forma distinta a las constelaciones en función de su tamaño, ya que para una misma relación  $E_b/N_0$  la distancia relativa entre símbolos (o el nivel de ruido si esta distancia se mantiene fija) cambian. Además, a nivel de bit, es relevante el tipo de asignación binaria que se utilice. En esta sección se analizarán las diferencias existentes. Para ello, representará la tasa de error de bit (BER, *Bit Error Rate*) como una función de la relación  $E_b/N_0$  en dB para distintas constelaciones utilizando para la asignación binaria una codificación de Gray y una codificación secuencial<sup>2</sup>

El alumno representará la probabilidad de error de bit para valores relación  $E_b/N_0$  en el rango entre 0 y 20 dB en pasos de 2.5 dB, utilizando una codificación de Gray, para los siguientes casos

- Modulaciones 2-PAM, 4-PAM, 8-PAM, y 16-PAM en banda base (representadas en una misma figura).
- Modulaciones 4-QAM, 16-QAM, y 64-QAM en paso banda (representadas en una misma figura).

Dada la evolución exponencial de la probabilidad de error, puede resultar de utilidad el comando de Matlab **semilogy**, que representa el eje de ordenadas en escala logarítmica.

También es interesante comprobar como evoluciona la relación entre la probabilidad de error de símbolo,  $P_e$ , y la probabilidad de error de bit, BER, a medida que aumenta la relación señal a ruido. Para ello, el alumno representará dicha relación para el caso de la modulación 16-QAM.

Finalmente, el alumno repetirá los apartados anteriores utilizando una asignación binaria secuencial.

## 5. Probabilidades de error con receptores no coherentes

Cuando en un sistema de comunicaciones digitales paso banda las fases de las portadoras en recepción están sincronizadas con las fases de las portadoras utilizadas en transmisión para la modulación (portadoras del transmisor y receptor la misma fase), se dice que el receptor es un receptor coherente. Cuando hay una cierta diferencia de fase, se dice que el receptor no es coherente.

---

<sup>2</sup>Para que el valor de probabilidad de error obtenido sea relativamente fiable, habrá que haber observado un número mínimo de 100 errores a la hora de evaluar las prestaciones. No considere probabilidades de error más allá de  $10^{-6}$ .

El efecto de la diferencia de fase en un receptor no coherente es que la constelación recibida tiene un giro con un ángulo igual a la diferencia entre las fases de portadoras en transmisión y recepción. Esto, naturalmente, se traduce en una degradación de las prestaciones en el receptor.

Para observar este efecto, para una modulación 16-QAM con una relación  $E_b/N_0$  de 12 dB, el alumno representará la BER como una función del desfase entre las portadoras, dando valores a dicho desfase en el rango entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  en pasos de  $5^\circ$ .

## 6. Efecto de la ISI en las probabilidades de error

La interferencia intersimbólica también afecta a las prestaciones.

Para comprobarlo, el estudiante representará la probabilidad de error para una modulación 16-QAM transmitiendo sobre el canal discreto equivalente

$$p[n] = \delta[n] + a \cdot \delta[n - 1],$$

para  $a$  tomando los valores  $a \in \{\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}\}$ , y la comparará con la obtenida en el caso en que no había interferencia intersimbólica.

## 7. Detector de secuencias de máxima verosimilitud - Algoritmo de Viterbi (Opcional)

Bajo presencia intersimbólica, la solución óptima para el receptor es la utilización de un detector de secuencias de máxima verosimilitud, cuya implementación más eficiente está basada en el algoritmo de Viterbi. En esta sección se implementará un detector de secuencias de máxima verosimilitud y se comprobarán sus prestaciones.

El alumno implementará un detector de secuencias de máxima verosimilitud para el canal discreto equivalente

$$p[n] = 0.8\delta[n] + 0.2\delta[n - 1],$$

cuando la constelación transmitida es una 4-PAM. La longitud de la secuencia a decidir será  $L = 10$  símbolos y la cabecera cíclica transmitida será el símbolo  $+3$ . Con este receptor, se evaluará la probabilidad de error de bit (BER) en función de la relación  $E_b/N_0$  para un rango de la misma entre 0 y 20 dB.

## 8. Igualador de canal (Opcional)

Cuando en un sistema de comunicaciones la complejidad de un detector de secuencias de máxima verosimilitud hace inviable su implementación, una solución sub-óptima pero con una complejidad asumible es la utilización de un igualador de canal. En esta sección se va a comprobar el funcionamiento del sistema con un igualador de canal.

Para el mismo canal de la sección anterior, se diseñará un igualador de canal con 4 coeficientes ( $K_w = 3$ ), y con un retardo  $d = 2$  utilizando los siguientes criterios de diseño:

- Criterio forzador de ceros
- Criterio de mínimo error cuadrático medio<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup>Note que en este caso la solución del igualador será diferente para cada valor de  $E_b/N_0$ .

Se evaluarán las prestaciones de ambas soluciones para una modulación 4-PAM en función de la relación  $E_b/N_0$  para un rango de la misma entre 0 y 20 dB, y se compararán con las obtenidas en el caso sin interferencia intersimbólica y con el detector de secuencias de máxima verosimilitud. Es interesante ver como evolucionan los coeficientes del igualador MMSE con la relación  $E_b/N_0$  y compararlos con los del igualador ZF, que es independiente del ruido.

## Referencias

- *Comunicaciones Digitales*. A. Artés, F. Pérez González, J. Cid Sueiro, R. López Valcarce, C. Mosquera Nartallo y Fernando Pérez Cruz. Ed. Pearson Educación. 2007.
- *Communication Systems Engineering*. J.G. Proakis y M. Salehi. Prentice-Hall. 1994.