

Universidad Carlos III de Madrid  
Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones

## Comunicaciones digitales

Examen convocatoria febrero  
13 de febrero de 2007

Nombre:

Apellidos:

DNI:

Firma:

Se ha presentado al examen.

**Tiempo total: 1 hora 15 minutos**

**Puntos totales: 4/10**

Apellidos:	1
Nombre:	
Grupo:	2
D.N.I.:	
Firma:	3
	Total

1. Un sistema de comunicaciones en banda base utiliza una constelación BPSK,  $A[n] \in [\pm 1]$ , y el siguiente pulso conformador

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}}, & -\frac{T}{2} < t < 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{T}}, & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ 0 & |t| \geq \frac{T}{2} \end{cases}$$

La señal modulada se transmite a través de un canal lineal con respuesta al impulso

$$h(t) = \delta(t) + \delta(t - T/2),$$

y el receptor emplea un filtro adaptado al filtro transmisor. El ruido a la entrada del receptor es blanco, gaussiano, y con densidad espectral de potencia  $N_0/2$ .

- Calcule el canal discreto equivalente del sistema de comunicaciones.
- Obtenga la densidad espectral de potencia de la secuencia de ruido discreto  $z[n]$  presente a la salida del demodulador (explique bien el procedimiento), y calcule la probabilidad de error con un decisor símbolo a símbolo.

**(1,5 puntos)**

2. Considere una CPM binaria ( $I[n] \in \{\pm 1\}$ ) de respuesta completa con índice de modulación  $h = 0,25$  y pulsos rectangulares.
- a) Dibuje su árbol de fase y determine el número de estados del diagrama de rejilla.
  - b) Dibuje la trayectoria que genera la secuencia de símbolos  $+1, +1, -1, +1, -1$  sobre el árbol de fase.
  - c) Repita el Apartado 2a para una CPM de respuesta parcial con  $L = 2$  y los mismos parámetros.

**(1 punto)**

3. Considere una modulación de espectro ensanchado por secuencia directa con  $N = 10$ ,  $\tilde{x}[m] = (-1)^m$  y  $g_c(t) * g_c^*(-t)$  que cumple el criterio de Nyquist a periodo  $T/N$ . El canal equivalente en banda base es  $h_{eq}(t) = \delta(t - \tau)$ . Determine el canal discreto equivalente,  $p[n]$ , (si no es posible simplificar la expresión resultante, déjela en función de  $g_c(t)$ ) y si existirá o no ISI en los siguientes casos:

- a)  $\tau = T$
- b)  $\tau = T/2$
- c)  $\tau = T/4$

(1,5 puntos)

**Tiempo total: 1 hora 45 minutos**

**Puntos totales: 6/10**

Apellidos:	1
Nombre:	
Grupo:	2
D.N.I.:	
Firma:	Total

1. Un sistema de comunicaciones tiene el siguiente canal discreto equivalente

$$p[n] = \frac{1}{2}\delta[n] + \delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-2].$$

La modulación utilizada es una BPSK,  $A[n] \in [\pm 1]$ , y el ruido es blanco, gaussiano y con densidad espectral de potencia  $N_0/2$ . En este caso  $N_0 = 2 \cdot 10^{-2}$ .

- Calcule la probabilidad de error obtenida con un decisor de secuencias.
- Decodifique las siguientes observaciones si  $A[n] = -1$  para  $n < 0$  y  $n \geq 3$

$$q[0] = -1,5 \quad q[1] = +1 \quad q[2] = +3 \quad q[3] = +2 \quad q[4] = -1,5$$

- Calcule el igualador lineal ZF sin limitación de coeficientes y su probabilidad de error.
- Diseñe, obteniendo los valores de los coeficientes de los dos filtros, un igualador DFE con el criterio ZF, con dos coeficientes en el filtro precursor y tantos como sea necesario en el filtro de realimentación para un retardo  $d = 1$ . Obtenga la probabilidad de error suponiendo que las decisiones realimentadas son correctas. Compárela con la de los apartados anteriores.
- Diseñe un igualador DFE con el criterio MMSE con dos coeficiente en el filtro precursor y dos coeficientes en el filtro de realimentación y un retardo  $d = 0$  (se ha de plantear el sistema de ecuaciones a resolver para el canal discreto equivalente y los tamaños dados para los filtros, pero no es necesario resolverlo).

NOTA: Para  $a \geq b$  se tienen las siguientes integrales definidas

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{a + b \cdot \cos(\omega)} d\omega = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}, \quad \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{(a + b \cdot \cos(\omega))^2} d\omega = \frac{2\pi a}{\sqrt{(a^2 - b^2)^3}}$$

**(3 puntos)**

2. Un sistema de comunicaciones permite tres tipos de codificación de canal:

- Código de repetición 1/3.
- Convolutional 1/2 con distancia mínima de Hamming 5.
- Convolutional 1/3 con distancia mínima de Hamming 10.

El modulador emplea codificación Gray y según los requisitos de calidad de servicio emplea modulaciones 16-QAM o 64-QAM. En recepción se toman decisiones duras sobre los símbolos de la constelación.

Para el código de repetición 1/3:

- a) Obtenga la matriz generadora, la matriz de control de paridad y la tabla de síndromes asociados a cada uno de los patrones de error.
- b) Calcule las prestaciones de dicho código en función de la probabilidad de error del BSC equivalente  $p$ .

Para los códigos convolucionales:

- a) Obtenga la probabilidad de error de bit en función de la  $E_b/N_0$  para las cuatro combinaciones codificador-modulador posibles y establezca la configuración que le parezca más adecuada.
  - 1) Convolutional 1/2 - 16-QAM
  - 2) Convolutional 1/3 - 16-QAM
  - 3) Convolutional 1/2 - 64-QAM
  - 4) Convolutional 1/3 - 64-QAM

Aproxime la probabilidad de error de bit del modulador (sin codificación):

$$P_B^{\text{M-QAM}} \approx \frac{1 - 1/\sqrt{M}}{\log_2 M} Q \left( \sqrt{\frac{3 \log_2 M E_b}{M - 1 N_0}} \right)$$

**(3 puntos)**