

Universidad Carlos III de Madrid
Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones

Comunicaciones digitales

Examen convocatoria febrero
06 de febrero de 2008

Nombre:

Apellidos:

DNI:

Firma:

Se ha presentado al examen.

Tiempo total: 1 hora**Puntos totales: 4/10**

Apellidos:	1
Nombre:	
Grupo:	2
D.N.I.:	
Firma:	3
	Total

1. Una modulación de desplazamiento en frecuencia de fase continua (CPFSK) ortogonal puede escribirse como

$$x(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cdot \sum_n \text{sen} \left(\omega_c t + I[n] \frac{\pi t}{T} \right) w_T(t - nT),$$

donde el codificador genera los valores $I[n] \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$. Esta señal admite una interpretación como señal generada en un espacio de señales de dimensión M expandido por la base ortonormal $\{\phi_i(t)\}_{i=0}^{M-1}$ tal que

$$x(t) = \sqrt{E_s} \cdot \sum_n \phi_{A[n]}(t - nT),$$

generando ahora el codificador la secuencia $A[n] \in \{0, 1, \dots, M-1\}$.

Escriba las expresiones de las funciones base empleadas en este tipo de modulación, y demuestre que forman una base ortonormal.

NOTA: Igualdades trigonométricas

$$\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} \cos(a-b) + \frac{1}{2} \cos(a+b), \quad \sin(a) \sin(b) = \frac{1}{2} \cos(a-b) - \frac{1}{2} \cos(a+b),$$

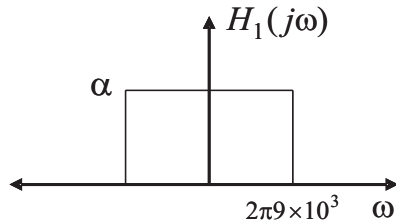
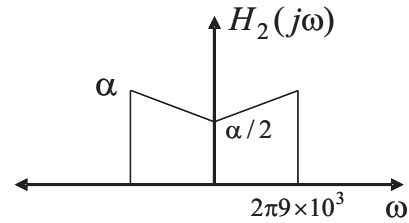
$$\sin(a) \cos(b) = \frac{1}{2} \sin(a-b) + \frac{1}{2} \sin(a+b)$$

(1 punto)

2. Considere un sistema de transmisión en el que se emplea un esquema de modulación OFDM discreto con un número par de portadoras N .
- a) Suponga que no se añade extensión cíclica a los símbolos OFDM. El canal discreto equivalente en banda base a periodo T se denota como $p_{i,l}[n]$ y $d[m]$ es el canal discreto equivalente a periodo T/N .
- 1) ¿Qué condiciones se han de cumplir sobre $p_{i,l}[n]$ para que no exista interferencia entre símbolos?
 - 2) ¿Qué condiciones se han de cumplir sobre $p_{i,l}[n]$ para que no exista interferencia entre portadoras?
 - 3) Sea $d[m] = \frac{T}{N} (\delta[m] - \delta[m - N/2])$. Calcule $p_{i,l}[n]$. Determine si existe interferencia entre símbolos y si existe interferencia entre portadoras.
- b) Si se añade una extensión cíclica a cada símbolo OFDM.
- 1) Determine la longitud de la extensión cíclica para que se elimine la interferencia, supuesto el canal $d[m]$ del apartado anterior.
 - 2) Determine la pérdida, en términos de velocidad de transmisión, respecto al sistema original sin extensión cíclica.

(1,5 puntos)

3. Un sistema de transmisión en banda base envía la señal transmitida por uno de los dos canales siguientes.

**Canal 1****Canal 2**

- Diseñe para el Canal 1 los filtros conformadores en transmisión y en recepción para que no exista interferencia intersimbólica y el ruido muestreado a la salida del filtro receptor sea blanco.
- Diseñe los filtros conformadores en transmisión y en recepción para que no exista interferencia intersimbólica en el Canal 2.
- Diseñe para el Canal 2 los filtros conformadores en transmisión y en recepción para que el ruido muestreado a la salida del filtro receptor sea blanco.
- Calcule la máxima velocidad de transmisión sin ISI en ambos canales.

(1,5 puntos)

Tiempo total: 2 horas**Puntos totales: 6/10**

Apellidos:	1
Nombre:	
Grupo:	2
D.N.I.:	
Firma:	Total

1. Un sistema de comunicaciones tiene el siguiente canal discreto equivalente

$$p[n] = \frac{1}{2}\delta[n] - \delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-2].$$

La modulación utilizada es una BPSK, $A[n] \in [\pm 1]$, y el ruido es blanco, gaussiano y con densidad espectral de potencia $N_0/2$. En este caso $N_0 = 2 \cdot 10^{-2}$.

- Diseñe un igualador lineal ZF sin limitación de coeficientes y calcule su probabilidad de error.
- Diseñe, obteniendo los valores de los coeficientes, un igualador lineal de dos coeficientes con el criterio ZF y un retardo $d = 1$.
- Diseñe, obteniendo los valores de los coeficientes de los dos filtros, un igualador DFE con el criterio ZF, con dos coeficientes en el filtro precursor y otros tantos en el filtro de realimentación para un retardo $d = 1$. Obtenga la probabilidad de error suponiendo que las decisiones realimentadas son correctas.
- Diseñe un igualador DFE con el criterio MMSE con dos coeficientes en el filtro precursor y dos coeficientes en el filtro de realimentación y un retardo $d = 0$.

NOTA: Para $a \geq b$ se tienen las siguientes integrales definidas

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{a + b \cdot \cos(\omega)} d\omega = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}, \quad \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{(a + b \cdot \cos(\omega))^2} d\omega = \frac{2\pi a}{\sqrt{(a^2 - b^2)^3}}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \quad \text{con } D = a \cdot d - b \cdot c$$

(3 puntos)

2. En un sistema de codificación para protección frente a errores:

a) Considere el código bloque lineal especificado por la matriz generadora

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- 1) Convierta la matriz \mathbf{G} en una matriz \mathbf{G}' sistemática.
- 2) Determine la distancia mínima del código.
- 3) Determine la matriz de chequeo de paridad.
- 4) Calcule la tabla de síndromes.

b) A continuación, considere el código convolucional definido por la matriz generadora

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} (1+D) & D & 1 & (1+D) \\ D & (1+D) & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- 1) Encuentre la representación esquemática del código.
- 2) Encuentre la representación en diagrama de rejilla.
- 3) Calcule la distancia mínima (o distancia libre) del código, D_{min} .
- 4) Calcule, suponiendo que tanto el estado inicial como el final son el estado ψ_0 (todo ceros), el mensaje decodificado cuando la palabra recibida es

$$\mathbf{r} = (1011000110100110).$$

c) Compare las prestaciones en probabilidad de error de ambos códigos si se supone transmisión a través de un canal binario simétrico con probabilidad de error de bit P_b .

(3 puntos)

