Departamento de Tecnologías de las Comunicaciones **20/09/00**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

TEORÍA

(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3.5/10)

T2.- Derive el algoritmo de gradiente para un clasificador lineal binario con activación suave, *f*, cuando se impone como objetivo a minimizar

$$C(d,o) = |\, d - o \,|$$

siendo *d* la salida deseada y *o* la del clasificador $(d = \pm 1)$

(20 min; 1p)

T3.- Explique qué pretende, y cómo, el GMDH ("Group Method of Data Handling") en la aplicación de modelos polinómicos para estimación o clasificación.

(20m; 1.5 p)

Departamento de Tecnologías de las Comunicaciones **20/09/00**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

PROBLEMAS

(Tiempo: 2h. Puntos: 6.5/10)

P1.- Considérense dos variables aleatorias *s* y *r* con distribución conjunta

$$G\left(\underline{0}, \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}\right)$$

Se realiza una observación de su suma

$$x = s + r$$

a) Indíquese cómo son las densidades de probabilidad de *s* y de *x*.

b) Obsérvese que la densidad de probabilidad de *x* dada *s* es la de *r* dada *s* incrementando su media en un valor *s* (dado); es decir, la marginal de *r* supuesta dada *s* con la media modificada como se ha dicho.
De acuerdo con ello, determínese $p(x|s)$.

c) Partiendo de los resultados de a) y b), determínese el estimador MMSE de *s* a la vista de *x*.

d) Discuta si el resultado de c) era previsible antes de resolver a), b) y c). En particular, teniendo en cuenta que

$$E\{s \mid x\} + E\{r \mid x\} = E\{s + r \mid x\} = E\{x \mid x\} = x$$

indique si el resultado depende del carácter Gaussiano de *s* y *r* o de que estén equidistribuidas.

(60 min; 3.5p)

Departamento de Tecnologías de las Comunicaciones 20/09/00
UCIIIM

P2.- Considérese el problema de decisión binaria en que los costes son $C_{00} = C_{11} = 0$, $C_{10} = c$ y $C_{01} = 2c$, con c constante no negativa, y los datos se distribuyen según las verosimilitudes $\mathrm{p}(\mathbf{x} \mid H_0) = \mathrm{N}(\mathbf{x} - \mathbf{m}_0, v)$ y $\mathrm{p}(\mathbf{x} \mid H_1) = \mathrm{N}(\mathbf{x} - \mathbf{m}_1, v)$, siendo $\mathrm{N}(\mathbf{x} \mid v)$ la función de Gauss de media nula y varianza v.

Sea Pr $(H_1) = p_1$

a) Demuéstrese que, para cualquier valor de $p_{1,}$ la frontera de clasificación óptima es lineal.

b) Se diseña el clasificador óptimo para $p_1 = 0.4$; si realmente es $p_1 = 0.2$, determínese la probabilidad de falsa alarma.

c) Si p_1 es desconocido, determínese el umbral de clasificación que resulta de aplicar la estrategia minimax.

(60 minutos; 3 puntos)