Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **04/06/01**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

TEORÍA

(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- Discuta los efectos de la presencia de variables linealmente dependientes en la resolución de un problema de estimación lineal de error cuadrático medio mínimo. ¿Tienen algún tipo de solución?

(20 min; 1 p)

T2.- Se aplica un Perceptrón Monocapa para resolver un problema de decisión binaria, utilizando la versión del Bolsillo de la Regla del Perceptrón.

Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones:

a) ¿Minimiza algún tipo de coste la solución obtenida?
b) ¿Tiene el resultado garantía de buenas características de generalización?

(20 min; 1 p)

T3.-

a) Describa brevemente los pasos del algoritmo K-medias.
b) Modifique este algoritmo de modo que incorpore estrategias de fusión y división de grupos.

(20 min; 1 p)

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

PROBLEMAS

(Tiempo: 2h. Puntos: 5/8)

P1.- Considérese la observación

$$x = s + r$$

con la señal s y el ruido n independientes, y siendo sus ddp

$$p(s) = \begin{cases} 1, & 0 < s < 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} = \Pi\left(s - \frac{1}{2}\right)$$

$$p(n) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} < s < \frac{1}{2} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} = \Pi(n)$$

Establézcase el estimador de error cuadrático medio mínimo de s, $\hat{s}_{ms}$. Discútase el resultado.

(60 min; 3 p)

P2.- Un hospital dispone de una base de datos con información acerca de 8 pacientes que pueden agruparse en tres clases mutuamente excluyentes:

Clase 0: Pacientes sin tumor
Clase 1: Pacientes con tumor benigno
Clase 2: Pacientes con tumor maligno

Considere la variable aleatoria c_i que indica la clase del paciente i-ésimo, y sea $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \ldots, c_8)$. Suponga que las componentes de $\mathbf{c}$ son estadísticamente independientes, y que

$$P(c_i = 0 \mid s) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}s$$

$$P(c_i = 1 \mid s) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}s$$

$$P(c_i = 2 \mid s) = \frac{1}{4}s$$

para i = 1,2,...,8, siendo $s \in [0,1]$ un parámetro determinista desconocido.

a) Determine el estimador ML de *s* basado en la observación $\mathbf{c}^{(1)} = (0,1,1,0,2,1,1,0)$.

b) Considere las variables t_i, i=1,2,...,8, tales que $t_i = 0$ indica ausencia de tumor en el paciente i, y $t_i = 1$ indica presencia de tumor. Suponga que la información sobre el tipo de tumor se ha perdido, y por tanto no se observa **c** sino $\mathbf{t}^{(1)} = (0,1,1,0,1,1,1,0)$. Determine el estimador ML de s.

c) Determine $E\{m_j \mid \mathbf{t}^{(1)}, s\}$, siendo m_j el número de pacientes de la clase j, con j=0,1,2.

(60 min; 2 p)