

**TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES**  
**TEORÍA**

(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- Discuta los puntos fuertes y débiles de los métodos semianalíticos de estimación y decisión.

---

(20 min; 1 p)

T2.- Dada la versión iterada del Método de Newton básico:

$$\mathbf{w}^{(k+1)} = \mathbf{w}^{(k)} - \mathbf{H}_{\mathbf{w}}^{-1}(\mathbf{w}^{(k)}) \nabla_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}^{(k)})$$

- a) Describa cualitativa y brevemente el comportamiento de dicho algoritmo cuando se aplica a un problema cuya superficie de error asociada no es cuadrática.
- b) ¿Qué podría ocurrir si el algoritmo se interna en una región del espacio de parámetros en que la Hessiana no es definida positiva?

---

(20 min; 1 p)

T3.- Escriba el esquema algorítmico del agrupamiento LBG, considerando la aplicación del algoritmo K-medias como un paso. Discuta la forma de proceder en el paso de duplicación del número de centroides.

---

(20 min; 1 p)

**TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES**  
**PROBLEMAS**

(Tiempo: 2h. Puntos: 5/8)

P1.- Considere el problema bidimensional de decisión binaria definido por:

$$p(x_1, x_2 | H_1) = \begin{cases} \alpha(x_1^2 + x_2^2), & x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{1}{2} \text{ y } x_1, x_2 \geq 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$
$$p(x_1, x_2 | H_0) = \begin{cases} \beta, & x_1^2 + x_2^2 \leq 1 \text{ y } x_1, x_2 \geq 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Diseñe el estimador MAP correspondiente. Discuta las formas de las regiones de decisión en función de los márgenes de valores del parámetro  $c = \Pr(H_0) / \Pr(H_1)$ .
- b) Calcule  $P_{FA}$ ,  $P_M$  y  $P_e$  cuando  $\Pr(H_0)=0.6$ .

---

(60 min; 2.5 p)

P2.- Cierta variable aleatoria  $s$  está relacionada con otra determinista  $x$  a través de

$$s = w^* x + u, \quad 0 \leq x \leq 1$$

siendo  $w^*$  una constante desconocida y  $u$  una variable  $G(0,v)$ .

Se han observado  $N$  realizaciones,  $s^{(k)}$ , de la variable  $s$  en las posiciones

$$x^{(k)} = 2^{-k/2}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

- a) Determine el coeficiente  $w$  para regresión lineal  $\hat{s} = w x$  que minimiza el error cuadrático total.
- b) Considerando  $w$  como un estimador de  $w^*$ , determine su sesgo y su varianza.
- c) Observe el comportamiento asintótico de este estimador al aumentar  $N$ .  
¿Considera que se ha elegido un buen procedimiento de muestreo de  $x$ ?
- d) Considere el muestreo alternativo:

$$x'^{(k)} = \left( \frac{k}{N} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

y sean  $s'^{(k)}$ ,  $k = 0, \dots, N-1$ , las respectivas realizaciones. ¿Para qué valores de  $N$  debe preferirse este muestreo al anterior?

---

(60 min; 2.5 p)