Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **2/06/03**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

TEORÍA

(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- Utilice la condición de conjugación entre direcciones consecutivas de búsqueda

$$d^{(k)T} H_{\mathbf{w}}(\mathbf{w_0})\, d^{(k+1)} = 0$$

para obtener el término β(k) de corrección de la dirección "k+1" de búsqueda

$$d^{(k+1)} = - g(\mathbf{w}^{(k+1)}) + \beta^{(k)}\, d^{(k)}$$

¿Es utilizable directamente en la práctica la expresión obtenida? De no serlo, proponga una solución realizable utilizando la información disponible.

(20 min; 1 p)

T2.- Indique en qué consiste el problema del sobreajuste a los datos y qué consecuencias puede tener. Sugiera algún procedimiento para evitarlo.

(20 min; 1 p)

T3.- Considere un perceptrón de una sola capa con función de activación de tipo sigmoide.

a) Determine la regla de aprendizaje secuencial por gradiente para función de coste $C(y,d) = (d - y)^2$.
b) Repita lo anterior para función de coste $C(y,d) = -d \log y - (1-d) \log(1-y)$
c) Discuta la presencia o ausencia de efecto de parálisis en ambas reglas.

(20 min; 1 p)

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

PROBLEMAS

(Tiempo: 135 minutos. Puntos: 5/8)

P1.- En el problema de decisión binaria

H_1: $x = d + r$
H_0: $x = r$

d es una constante positiva y r sigue una distribución $\Gamma(\alpha,a)$

$$p(r) = \frac{a^{\alpha}}{\Gamma(d)} x^{\alpha-1} \exp(-ax) u(x) \qquad , a > 0$$

con $\alpha > 1$.

a) Previa representación de las verosimilitudes, diseñe el decisor ML.
b) Indique si el umbral de decisión se acerca o aleja relativamente de $x = d$ al variar los parámetros del problema (d, a, α).
c) Discuta cómo varían las prestaciones del decisor óptimo según los valores de los parámetros.
d) Verifique la degradación de la decisión si se emplea el diseño óptimo para un valor $\alpha' \neq \alpha$.

(75 min; 2.5 p)

P2.- La variable aleatoria x puede tomar valores “0” y “1” con probabilidades s y 1-s,

$$\Pr(x \mid s) = s^x (1-s)^{1-x} \qquad x = 0,1$$

El valor de s es desconocido y aleatorio, con densidad de probabilidad uniforme entre 0 y 1.

Se desea estimar s mediante una colección de K observaciones $\{x^{(k)}, k=1,...,K\}$ estadísticamente independientes (es decir, $\Pr(x^{(1)},...,x^{(K)} \mid s) = \Pr(x^{(1)} \mid s)\cdot ... \cdot\Pr(x^{(K)} \mid s)$), observándose n_0 veces el resultado “0” y $n_1=K-n_0$ veces el resultado “1”.

a) Determine el estimador MAP de s.
b) Determine el estimador MSE de s, y su varianza.
c) Se va a realizar una nueva observación de x, también independiente de las anteriores. Determine una regla de decisión sobre el valor de x, basada en las observaciones anteriores, de mínima probabilidad de error.

Recuerde que

$$B_I(a,b) = \int_0^1 y^{a-1}(1-y)^{b-1}dy$$

es la función beta integral, que verifica

$$B_I(a+1,b) = \frac{a}{a+b} B_I(a,b)$$

(60 min; 2.5 p)