Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **8/06/04**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES
TEORÍA
(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- Supóngase que se construye una va. s en la forma

$$s = s_c + s_i$$

siendo

$$s_c = \sum_k \alpha_k x_k$$

y estando s_i incorrelacionada con las $\{x_k\}$. Admítase que todas las vv.aa. tienen media nula.

Determínese el estimador lineal MMSE de s, tomando las $\{x_k\}$ como datos.

Indíquese cómo se puede interpretar lo anterior en un caso general de estimación lineal MMSE.

(20 min; 1 p)

T2.- Las siguientes funciones no lineales:

$$f_A(x_1, x_2) = w_1 x_1 x_2 + w_2 x_1^2 + w_3 x_2^2$$
$$f_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^{N} a_i \left(x_1 v_{1,i} + x_2 v_{2,i}\right)^2$$

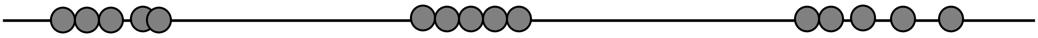
se pueden identificar como dos redes neuronales A y B, con dos variables de entrada x_1 y x_2, una capa oculta de neuronas con funciones de activación no lineal, y una salida lineal.

a) Dibújense ambas redes A y B, anotando claramente el peso de cada conexión y la operación que se realiza en cada nodo.

b) Propóngase un algoritmo de búsqueda local para cada una de ellas, de modo que se minimice el error cuadrático a la salida de la misma.

(20 min; 1 p)

T3.- Considérese el agrupamiento mediante el algoritmo k-medias de los datos unidimensionales de la figura, mediante 3 centroides, $\mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}_2$ y $\mathbf{c}_3$.



Se inicializa el algoritmo ubicando los centroides en la posición de 3 muestras elegidas al azar.

a) Determínese una configuración inicial de los representantes (centroides) que conduzca a un mínimo global del error cuadrático.
b) Determínese una configuración inicial que conduzca a un mínimo local (no global).
c) Propóngase un procedimiento para evitar (o reducir) los problemas de mínimos locales.

(20 min; 1 p)

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **8/06/04**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

PROBLEMAS

(Tiempo: 135 minutos. Puntos: 5/8)

P1. – Se realizan K observaciones independientes $\left\{x^{(k)}\right\}_{k=1}^{K}$ de la v.a. x: G(s,v); siendo s otra v.a. con distribución Rayleigh:

$$p(s) = \frac{s}{v_s}\exp\left(-\frac{s^2}{2v_s}\right)u(s)$$

a) Calcúlese $\hat{s}_{map}$, expresándola en función del estimador muestral de la media de x, $\overline{x}$;

b) Interprétense los casos extremos $K \to \infty$ y $v/v_s \to \infty$, comparando este último con mod(s).

(60 min; 2.5 p)

P2.- La empresa E fabrica diariamente 10000 unidades de un producto. Se ha estimado que:

- La venta de una unidad en buenas condiciones reporta un beneficio neto de 3 €
- La puesta en el mercado de una unidad defectuosa ocasiona (en media) unas pérdidas de 81 €
- La retirada de una unidad (tenga o no defectos) supone pérdidas de 1 €

Se dispone de un sistema automático de inspección que obtiene, por cada unidad, una observación x_1. Se sabe que, llamando H_0 a la hipótesis "la unidad no es defectuosa" y H_1 a la hipótesis "la unidad es defectuosa",

$$p(x_1 \mid H_0) = \exp(-x_1)u(x_1)$$
$$p(x_1 \mid H_1) = \lambda_1 \exp(-\lambda_1 x_1)u(x_1)$$

siendo λ_1=1/2. Asimismo, se sabe también que la cadena de montaje produce, en media, una unidad defectuosa por cada 100 no defectuosas.

Se pretende incorporar un mecanismo de retirada automática de unidades defectuosas basado en la observación de x_1.

a) Diséñese el detector que proporcione a E el mayor beneficio esperado.

b) Determínese el máximo beneficio esperado (diario) que se puede obtener.

c) Una empresa ofrece a E un innovador dispositivo de inspección que proporciona, para cada producto, además de x_1, una nueva observación x_2, estadísticamente independiente de x_1, tal que

$$p(x_2 \mid H_0) = \exp(-x_2)u(x_2)$$
$$p(x_2 \mid H_1) = \lambda_2 \exp(-\lambda_2 x_2)u(x_2)$$

siendo λ_2 = 1/4. El coste de dicha máquina es de 6000 Euros. Determínese una expresión para el mínimo tiempo que tardaría E en amortizar dicha máquina.

d) En contra de lo especificado por el fabricante, el dispositivo de inspección tiene λ_2 = 1/3. Indique, en tal caso, cómo calcularía el beneficio esperado.

(75 min; 2.5 p)