Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **15/09/04**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

TEORÍA

(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1 - En el algoritmo LMS se puede introducir un mecanismo de regularización denominado de "inyección de ruido en las muestras de entrada", de modo que, en vez de utilizar los pares ($\mathbf{x}_k$, d_k) para entrenamiento, se usan los pares ($\mathbf{z}_k$, d_k), donde $\mathbf{z}_k = \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k$. Los elementos del vector $\mathbf{n}_k$ son muestras independientes e idénticamente distribuidas según una Gauss de media cero y varianza v, y están además incorrelacionados con las muestras $\mathbf{x}_k$.

Indique cómo serían las ecuaciones de este algoritmo LMS con inyección de ruido, y discuta razonadamente qué ventajas e inconvenientes tendría este método frente al LMS habitual.

(20 min; 1 p)

T2 – Discuta las diferencias entre la estimación de densidades de probabilidad mediante ventanas de Parzen frente al método de los k-vecinos más próximos.

Considere un problema de estimación de densidades en el que los datos tienden a formar nubes de población similar (en términos de número de muestras), pero diferentes grados de dispersión. Discuta cuál de ambos métodos podría resultar ventajoso.

(20 min; 1 p)

T3 – a) Considere la función de coste de error cuadrático:

$$C(e) = e^2 = (s - \hat{s})^2$$

Pruebe que el estimador que minimiza este coste está dado por

$$\hat{s}_{ms} = E\{s|x\}$$

b) Considere ahora la familia de funciones de coste dada por

$$C(e) = e^p = |s - \hat{s}|^p$$

Determine para qué valores de p se satisface el principio de invarianza. Suponga p > 0.

(20 min; 1 p)

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **15/09/04**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

PROBLEMAS

(Tiempo: 120 minutos. Puntos: 5/8)

P1 – Cierta variable aleatoria x, con 0<x<1, sigue una distribución

$$p(x \mid t) = 1 + t - 2\,t\,x$$

siendo t, con 0<t<1, a su vez una variable aleatoria dada por

$$p(t \mid s) = 1 + s - 2\,s\,t$$

(observe que s debe estar comprendido entre -1 y 1 para que p(t|s) pueda ser una densidad de probabilidad). Suponiendo que, dado t, x y s son independientes,

a) Determine el estimador de máxima verosimilitud de s basado en la observación de x.
b) Para un mismo valor de s se han obtenido 3 realizaciones independientes de t y x dadas por $(t^{(1)}, x^{(1)})$, $(t^{(2)}, x^{(2)})$, $(t^{(3)}, x^{(3)})$. Desafortunadamente, el valor de $t^{(3)}$ se ha perdido. Determine el estimador ML de s basado en la información disponible.
c) Discuta qué información adicional se precisaría para diseñar el estimador MAP. Asimismo, indique qué condiciones han de cumplirse, en tal caso, para que los estimadores MAP y ML coincidan.

(60 min; 2.5 p)

P2 – Considere un problema de decisión binaria dado por:

H_0 : x = as + r
H_1 : x = -as + r

donde x es la observación. Diseñe el decisor ML cuando:

a) r es un v.a. gaussiana dada por $G(m_r , v_r)$
s = 1

b) r es una v.a. gaussiana dada por $G (m_r , v_r)$
s es una v.a. gaussiana dada por $G (m_s , v_s)$