Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **23/01/06**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

TEORÍA
(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

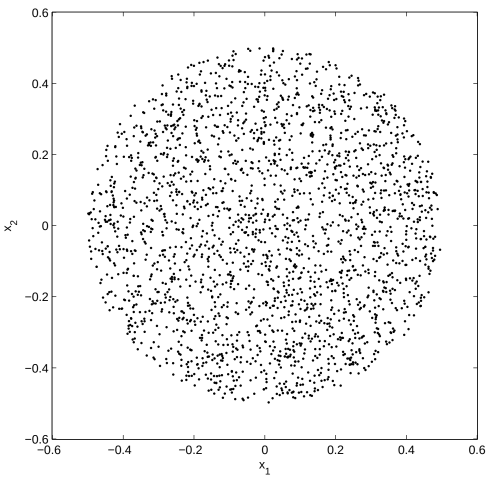
T1.- Considérese un problema J-ario de decisión con hipótesis (exhaustivas y excluyentes) $\{H_j\}_{j=0}^{J-1}$. Supóngase que sólo son no nulos los costes de equivocarse, y que todos ellos son iguales; y, además, que las hipótesis son equiprobables (situación ML). ¿Proporcionarían los resultados de los (J) tests binarios "una contra todas" (H_j vs. $\overline{H}_j = \bigcup_{j' \neq j} H_{j'}$) la indicación de la decisión óptima para el problema ternario?

(20 min; 1p)

T2.- Los algoritmos de agrupamiento pueden considerar un número dado de grupos o no. Describa un ejemplo de algoritmo para cada uno de ambos casos.

(20 min; 1 p)

T3.- Suponga que se entrena una red SO(F)M unidimensional (las neuronas de la capa oculta tienen una disposición en línea, no en malla bidimensional) utilizando como datos de entrada los patrones representados en la siguiente figura:



a) Represente la arquitectura de dicha red, si en la capa oculta se utilizan 10 neuronas. Indique cuidadosamente los valores de entradas y los pesos.
b) Dibuje sobre la figura un posible despliegue del SO(F)M. Indique qué representan en dicha figura los pesos de la red SO(F)M.

(20 min; 1 p)

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

PROBLEMAS

(Tiempo: 135 minutos. Puntos: 5/8)

P1.- Se ha observado la siguiente serie de datos

k	$x^{(k)}$	$s^{(k)}$
1	1	-2
2	2	-1
3	3	1
4	4	2

Se desea estimar s a partir de x mediante la regresión lineal de la forma $\hat{s} = wx + w_0$

a) Determínense los coeficientes de regresión de mínimo error cuadrático.

b) Considérese el estimador de la forma

$$\hat{s} = a\cos\left(\frac{\pi}{3}x + \phi_0\right)$$

Determínense los valores de a y ϕ_0 que minimizan el error cuadrático dado por

$$E = \sum_{k=1}^{4}\left(y^{(k)} - \hat{y}^{(k)}\right)^2$$

(Indicación: conviene aplicar la igualdad cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sen(a)sen(b), y plantear el problema de modo que permita utilizar técnicas de regresión lineal).

c) Indíquese qué estimador se ajusta mejor a los datos.

d) Considérese ahora que la frecuencia de la sinusoide de ajuste también es desconocida, y se desea ajustar los datos a una función de la forma

$$\hat{s} = a\cos(\omega x + \phi_0)$$

Determínese el algoritmo secuencial de gradiente para estimación de ω a partir de los datos para mínimo MSE. Asimismo, discútase la conveniencia de estimar ω en este caso, a la vista de los resultados obtenidos para $\omega = \pi/3$.

(60 min; 2.5 p)

P2.- Considérese la observación

$$x = s + r$$

de la señal s inmersa en ruido r; la señal sigue la distribución exponencial unilateral $E_{\{1,a\}}$

$$p(s) = a \exp(-as)\, u(s)$$

y el ruido, independiente de s, la distribución Erlang (Gamma) $E_{\{2,a\}}$

$$p(r) = a^2 r \exp(-ar)\, u(r)$$

a) Determínese $\hat{s}_{ms}$.

b) Calcúlense la media $E\{s-\hat{s}\}$ y la varianza $Var\{s-\hat{s}\}$ del error, y discútase la influencia de a.

c) Determínese $p(\hat{s}_{ms}|s)$.

(75 min; 2.5 p)