Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **23/06/06**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES
TEORÍA
(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- Considérese el problema de decisión dado por las hipótesis

$$H_0: \quad x=s_0+n_0$$
$$H_1: \quad x=s_1+n_1$$

donde s_0 y s_1 son variables deterministas y n_0,n_1 son v.a. unidimensionales con densidad de probabilidad conjunta

$$G\left(\underline{0},\begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}\right)$$

Diseñe el decisor basado en la observación de x para los casos:

a) $v_{11}=v_{22}=v$ y $v_{21}=v_{12}=0$

b) $v_{11}=v_1$, $v_{22}=v_2$ y $v_{21}=v_{12}=0$

(20 min; 1p)

T2.- Considérese un algoritmo de gradiente conjugado que minimiza el coste medio, $\bar{C}(\underline{w})$. Suponiendo conocida la dirección de búsqueda $\underline{d}^{(k)}$, ¿cómo determinaría el valor de $\eta^{(k)}$?

(20 min; 1 p)

T3.- Generalice el algoritmo K-medias con objeto de minimizar la siguiente medida de distorsión:

$$D=\sum_{j=1}^{G}\sum_{x^{(k)}\in G_j} f^{(k)}\left\|x^{(k)}-m_j\right\|^2 \qquad f^{(k)}\geq 0, \quad \sum_{k=1}^{K} f^{(k)}=1$$

Especifique cómo serán, para ello, los pasos de asignación de muestras a grupos y actualización de centroides.

(20 min; 1 p)

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **23/06/06**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

PROBLEMAS

(Tiempo: 135 minutos. Puntos: 5/8)

P1.- Se pretende estimar el valor de la v.a. s a partir de cierta observación x. Para ello, se utiliza el coste cuadrático relativo, dado por

$$C(s,\hat{s})=\frac{(s-\hat{s})^2}{\hat{s}^2}$$

Se sabe que:

- $p(s|x)$ es una densidad de probabilidad de media x y varianza v.
- $E\left\{x^k\right\}=\lambda_k$, donde λ_k son constantes conocidas para todos los valores enteros de k.

a) Determine una expresión para el coste medio condicionado por la observación, para cualquier estimador $\hat{s}$.

b) Determine una expresión para el estimador óptimo, $\hat{s}^*$, en función de la observación y de los parámetros del problema.

c) Determine una expresión para el estimador lineal óptimo

$$\hat{s}_L=wx$$

d) Suponiendo

e)

$$p(x)=\begin{cases}12x^3(1-x^2) & 0\leq x\leq 1\\ 0 & \text{resto}\end{cases}$$

determine el sesgo de ambos estimadores.

(60 min; 2.5 p)

P2.- Como se sabe, en el caso de que las observaciones de un problema de decisión se comporten dependiendo de los valores de parámetros deterministas desconocidos se aplican los test de cociente de verosimilitudes generalizados (GLRT): estimando primero los parámetros y aplicando después el LRT que corresponda a esos valores estimados.

a) Sean las verosimilitudes de la variable observada

$$p(x|H_0)=\begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & a<x<b \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p(x|H_1)=\frac{c}{2}\exp(-c|x-m|)$$

e iguales las probabilidades a priori. Se realizan cinco observaciones de la variable x, que toma los valores -4, -1, 0, 2 y 3. Diséñese el GLRT que se obtiene de estimar los parámetros desconocidos aplicando el criterio ML, tomando como objetivo a minimizar por el test la probabilidad de error.

b) Calcúlense P_{FA} y P_M para el decisor anterior en función de los valores reales de los parámetros.

(75 min; 2.5 p)