Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **05/09/06**
UCIIIM

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

TEORÍA

(Tiempo: 60 minutos. Puntos: 3/8)

T1.- Se desea estimar el valor de la v.a. s a partir de observaciones de las vv.aa. x_1 y x_2 y posiblemente x_3. Minimizando el error cuadrático medio, se obtienen los estimadores lineales:

$\hat{s}_A = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3$ (empleando x_3)

$\hat{s}_B = w_1'x_1 + w_2'x_2$ (prescindiendo de x_3)

Sean $E_A=E[(s-\hat{s}_A)^2]$ y $E_B=E[(s-\hat{s}_B)^2]$. Con la información disponible, indique en cuáles de los supuestos siguientes puede afirmarse que se cumple $E_A=E_B$:

a) $x_3= x_1+2x_2$
b) x_3 es independiente de s
c) $x_3 = x_1+r$, siendo r una v.a tal que $p(x_1,x_2,r,s)=p(x_1,x_2,s)p(r)$
d) $x_3 = x_1x_2$

(20 min; 1p)

T2.- Discútase la validez del siguiente argumento:

“El estimador absolutamente eficiente $\hat{s}$ de un parámetro determinista s siempre existe, ya que de la condición

$$\frac{\partial \ln p(x|s)}{\partial s} = k(s)(\hat{s}-s)$$

se puede despejar

$$\hat{s} = s + \frac{1}{k(s)}\frac{\partial \ln p(x|s)}{\partial s}$$”

(20 min; 1p)

T3.-

a) El algoritmo LMS en su forma original no puede ser utilizado en el entrenamiento de MLPs con más de una capa. Explique por qué e indique qué regla es utilizada para adaptar los algoritmos de gradiente a los MLPs, generando el algoritmo de retropropagación.

b) Los MLPs son considerados aproximadores globales de funciones, mientras las RBFs son consideradas aproximadores locales. Explique el sentido de "local" en este contexto.

c) Después de diseñar una RBF, se llega a la conclusión de que su generalización no es adecuada ¿Qué se debería intentar para mejorarlo en relación con

c.1 las covarianzas de los centroides?
c.2 el número de centroides?

(20 min; 1 p)

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

PROBLEMAS

(Tiempo: 135 minutos. Puntos: 5/8)

P1.- Considérense las hipótesis binarias

$H_0 : x = x_0$
$H_1 : x = x_1$

donde x_0 y x_1 son dos vv.aa. de las que se conoce su ddp conjunta $p(x_0, x_1)$, dada por

$$p(x_0, x_1) = \begin{cases} \alpha^2 x_0 x_1 \exp(-x_0 - \alpha x_1) \; ; & x_0>0 \;\; y \;\; x_1>0 \\ 0 \; ; & \text{resto} \end{cases}$$

siendo $\alpha>1$.

a) Calcúlense las verosimilitudes de cada una de las hipótesis, $p(x|H_0)$ y $p(x|H_1)$.

b) Diséñese el decisor ML, y analícese su comportamiento para los casos en que α es próximo a 1 y $\alpha >> 1$.

c) Se desea obtener el estimador de máxima verosimilitud del parámetro α, α_{ML}. Para ello se realizan K observaciones independientes de los pares de puntos (x_0, x_1); obteniendo como media muestral el par (2,1). Calcúlese el valor de α_{ML}.

d) Considérese un valor de α =2, independientemente del valor obtenido en el apartado anterior, y calcúlese la probabilidad de error del decisor diseñado en b).

(60 min; 2.5 p)

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones **05/09/06**
UCIIIM

P2.- Las vv.aa. s y x tienen una ddp conjunta

$$p(s,x)=\begin{cases} a_f\ , & 0<s<f(x) \text{ y } 0<x<1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

siendo a_f una constante.

Se desea estimar s a la vista de x mediante estimadores lineales de la forma

$$\hat{s}_i = w_i\, x\ , \qquad i=1,2$$

empleando funciones de coste $C_i(s, \hat{s}_i)$ que cumplen

$$\frac{\partial C_1(s,\hat{s}_1)}{\partial \hat{s}_1} = -(s-\hat{s}_1)$$

$$\frac{\partial C_2(s,\hat{s}_2)}{\partial \hat{s}_2} = -\hat{s}_2(s-\hat{s}_2)$$

a) Sea $f(x)= f_1(x)=x$

a1. Determínese a_{f1}

a2. Determínense los valores de los coeficientes $\{w_i\}_{i=1,2}$, que minimizan los costes medios correspondientes a las funciones de coste indicadas.

b) Sea $f(x)= f_2(x)=x^2$

b1. Determínese a_{f2}

b2. Determínense los valores de los coeficientes $\{w_i\}_{i=1,2}$, que minimizan los costes medios correspondientes a las funciones de coste indicadas.

b3. Discútase en qué se diferencia esta situación de la que se produce en el apartado a).

(75 min; 2.5 p)