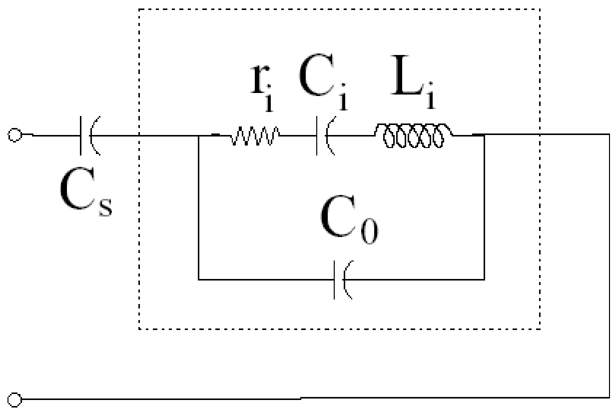
Cáculo de la frecuencia de resonancia de un Condensador Serie con un Cristal

Sea la Impedancia Z (i * w)

$$-i * X_s + \frac{-i * X_0 * (i * X_1 - i * X_{c1} + r_1)}{i * X_1 - i * X_{c1} - i * X_0 + r_1}$$

Donde X_s es la impedancia del condensador en serie,
X_0 es la impedancia del condensador en paralelo C_0, X_1 es la impedancia de la bobina L_1,
X_{c1} es la impedancia del condensador C_1 y r_1 es la resistencia serie del circuito resonante.



,

$$-\frac{i X_0 (r_1 + i X_1 - i X_{c1})}{r_1 - i X_0 + i X_1 - i X_{c1}} - i X_s$$

$$Z = -\frac{i X_0 (r_1 + i X_1 - i X_{c1})}{r_1 - i X_0 + i X_1 - i X_{c1}} - i X_s$$

$$-\frac{i X_0 (r_1 + i X_1 - i X_{c1})}{r_1 - i X_0 + i X_1 - i X_{c1}} - i X_s$$

Expandiendo común denominador :

$$Z = \frac{-i * X_s * (i * X_1 - i * (X_{c1} + X_0) + r_1) - i * X_0 * (i * X_1 - i * X_{c1} + r_1)}{i * X_1 - i * (X_{c1} + X_0) + r_1}$$

$$\frac{-i X_0 (r_1 + i X_1 - i X_{c1}) - i (r_1 + i X_1 - i (X_0 + X_{c1})) X_s}{r_1 + i X_1 - i (X_0 + X_{c1})}$$

Expandiendo

$$Z = \frac{-i X_0 * r_1 - i X_0 * i X_1 + i X_0 * i X_{c1} - i X_s * r_1 - i X_s * i X_1 + i X_s * i X_0 + i X_s * i X_{c1}}{r_1 + i X_1 - i (X_0 + X_{c1})}$$

Agrupando los terminos 1 y 4, 2 y 5, 3 y 7 y reescribiendo el termino 6 del numerador

$$Z = \frac{r_1 * (-i X_0 - i X_s) + i X_1 * (-i X_0 - i X_s) + i * (X_0 + X_s) * i X_{c1} + i^2 * X_0 * X_s}{r_1 + i X_1 - i (X_0 + X_{c1})}$$

Agrupando los términos 1 y 2 del denominador

$$Z = \frac{-i * (r_1 + i X_1) * (X_0 + X_s) + i * (X_0 + X_s) * i * X_{c1} + i^2 X_0 X_s}{r_1 + i X_1 - i (X_0 + X_{c1})}$$

Factorizando $(X_0 + X_s)$

$$Z = \frac{-i * (X_0 + X_s) \left\{ i X_1 + r_1 - i * \left(X_{c1} + \frac{X_0 X_s}{X_0 + X_s} \right) \right\}}{r_1 + i X_1 - i (X_0 + X_{c1})}$$

Definase

$$X' = \left(w * \left(\frac{C_0 * C_s}{C_0 + C_s} \right) \right)^{-1} = n X_0$$

con

$$n = \frac{C_0 + C_s}{C_s} = \frac{X_0^{-1} + X_s^{-1}}{X_s^{-1}} = \frac{X_0 + X_s}{X_0}$$

y definase

$$X_{c1}' = X_{c1} + \frac{X_0 * X_s}{X_0 + X_s}$$

Entonces

$$X_0 + X_{c1} = X_{c1}' + X_0 - \frac{X_0 * X_s}{X_0 + X_s} = X_{c1}' + \frac{X_0^2}{X_0 + X_s}$$

Sustituyendo lo anterior en la expresion de impedancia

$$Z = \frac{-i * (X_0 + X_s) * \{ i X_1 + r_1 - i * X_{c1}' \}}{r_1 + i X_1 - i * \left(X_{c1}' + \frac{X_0^2}{X_0 + X_s} \right)}$$

$$Z = \frac{-i * n * X_0 * \{ i X_1 + r_1 - i * X_{c1}' \}}{r_1 + i X_1 - i * (X_{c1}' + \frac{X_0}{n})}$$

Multiplicando el numerador y el denominador por n^2

$$Z = \frac{-i * n * X_0 * \{ i * n^2 * X_1 + n^2 * r_1 - i * n^2 * X_{c1}' \}}{i * n^2 * X_1 + n^2 * r_1 - i * n^2 * X_{c1}' - i * X_0 * n}$$

Observemos que es de la misma forma que la impedancia del cristal con

$$C\,Paralelo = \frac{C_0}{n}$$

Resistencia serie $= n^2 r_1$

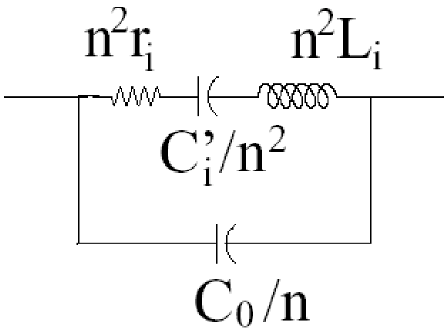
Condensador serie $= \frac{C_1{}'}{n^2}$

Donde

$$C_1{}' = \frac{C_1 * (C_0 + C_s)}{C_1 + C_0 + C_s}$$

Inductancia serie $= n^2 * L_1$

Obteniendo el siguiente modelo equivalente con $i = 1$ **:**



Con frecuencia de resonancia :

$$\frac{1}{\sqrt{L_1 \frac{C_1 (C_0 + C_s)}{C_1 + C_0 + C_s}}}$$