

MODELO DE UN PLL/SINTETIZADOR DE FRECUENCIA



MODELO LINEAL DETECTOR DE FASE

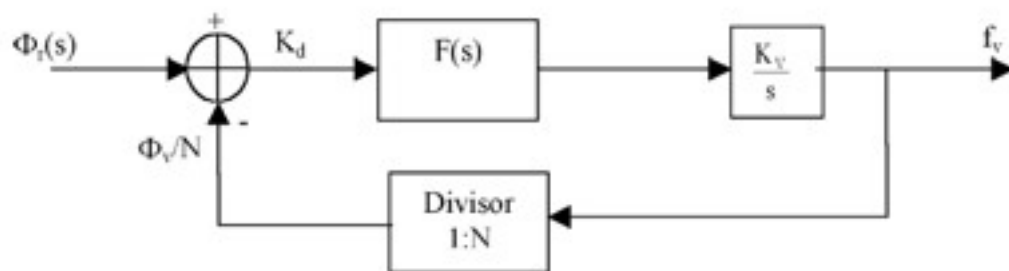
$$v_d(t) \approx K_d A_v A_r \epsilon_0$$

MODELO LINEAL VCO

$$\Phi(s) = 2\pi \frac{\Delta F_v(s)}{s}$$

$$\Phi(s) = 2\pi K_v \frac{V_c(s)}{s}$$

MODELO LINEALIZADO DEL PLL



MODELO LINEAL DEL PLL

$$\theta_r(t) = \omega_r t + \phi_r(t)$$

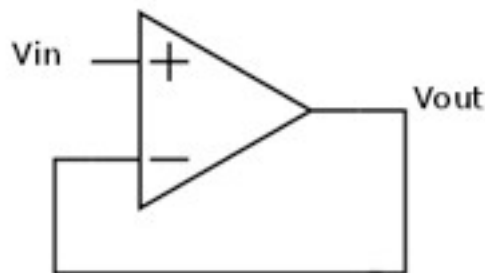
$$\frac{\theta_v(t)}{N} = \frac{1}{N} (\omega_v t + \phi_v(t))$$

$$V_c(s) = K_d A_v A_r F(s) \left(\Phi_r(s) - \frac{\Phi_v(s)}{N} \right)$$

$$\Phi_v(s) = K \frac{1}{s} F(s) \left(\Phi_r(s) - \frac{\Phi_v(s)}{N} \right)$$

$$\frac{\Phi_v(s)}{\Phi_r(s)} = \frac{KF(s)}{s + \frac{KF(s)}{N}}$$

FILTROS DE LAZO PLL ORDEN I



$$F(s) = 1$$

FILTROS DE LAZO

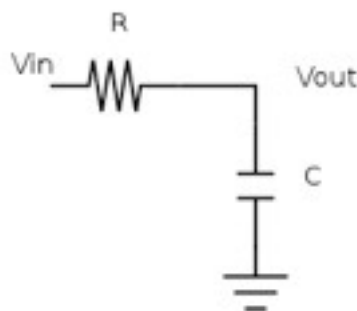
PLL ORDEN I

$$H_{PLL} = \frac{K}{s + \frac{K}{N}}$$

$$\begin{aligned} BW &= \int_0^{\infty} |H_{PLL}(\omega)|^2 d\omega \\ &= \int_0^{\infty} \frac{K^2}{\omega^2 + \left(\frac{K}{N}\right)^2} d\omega \\ &= \frac{KN}{4} \end{aligned}$$

FILTROS DE LAZO

PLL ORDEN 2 RC PASIVO



$$F(s) = \frac{1}{1 + sRC}$$

FILTROS DE LAZO

PLL ORDEN 2 RC PASIVO

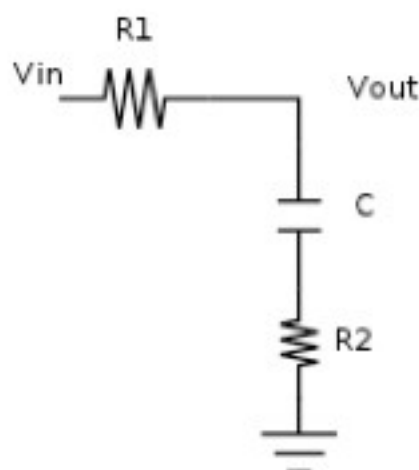
$$H_{PLL} = N \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n^2 = \frac{K}{NRC} \quad \xi = \frac{1}{2RC\omega_n} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N}{KRC}}$$

$$BW = N \frac{\omega_n}{8\xi}$$

FILTROS DE LAZO

PLL DE ORDEN 2 CON FILTRO LEAD-LAG PASIVO



$$(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + (\tau_1 + \tau_2)s}$$

$$\tau_1 = R_1 C$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

FILTROS DE LAZO

PLL DE ORDEN 2 CON FILTRO LEAD-LAG PASIVO

$$H_{PLL} = N \frac{\omega_n (2\xi + \omega_n \frac{N}{K}) s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

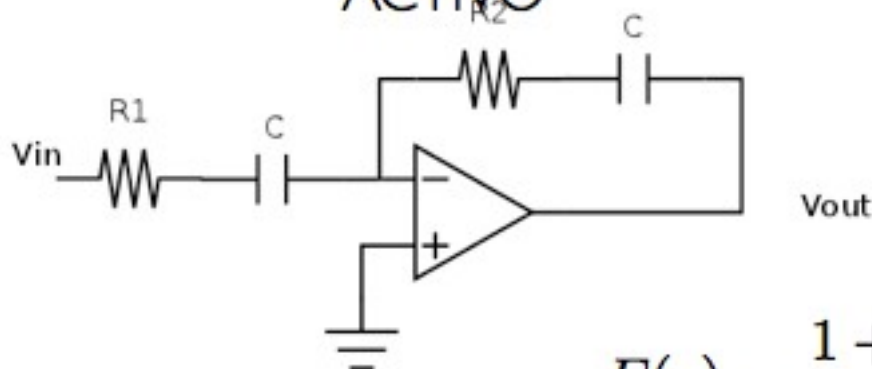
$$\omega_n^2 = \frac{K}{N(\tau_1 + \tau_2)}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{N + K\tau_2}{\sqrt{N(\tau_1 + \tau_2)K}}$$

$$BW = \pi\omega_n \left(\xi + \frac{1}{4\xi} \right)$$

FILTROS DE LAZO

PLL DE ORDEN 2 CON FILTRO LEAD-LAG ACTIVO



$$F(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \tau_1 s}$$

$$\tau_1 = R_1 C$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

FILTROS DE LAZO

PLL DE ORDEN 2 CON FILTRO LEAD-LAG ACTIVO

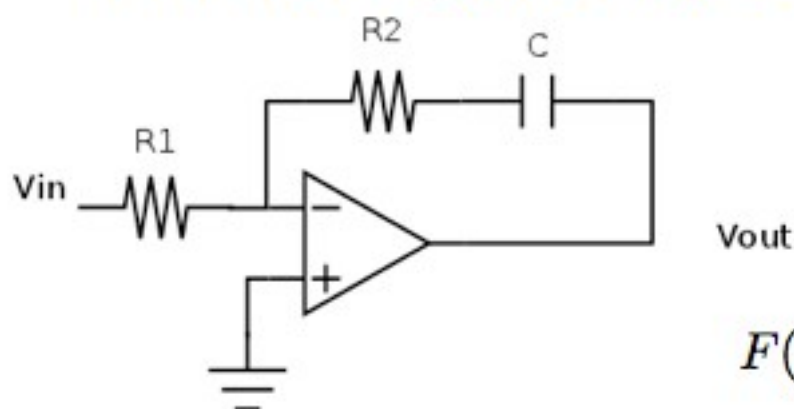
$$H_{PLL} = N \frac{\omega_n \left(2\xi + \omega_n \frac{N}{K} \right) s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n^2 = \sqrt{\frac{K}{N\tau_1}} \quad \xi = \frac{1}{2} \frac{N + K\tau_2}{\sqrt{N\tau_1 K}}$$

$$BW = \pi\omega_n \left(\xi + \frac{1}{4\xi} \right)$$

FILTROS DE LAZO

PLL DE ORDEN 2 CON



$$F(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{\tau_1 s}$$

$$\tau_1 = R_1 C$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

FILTROS DE LAZO

PLL DE ORDEN 2 CON

$$H_{PLL} = N \frac{2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{N\tau_1}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{K}{N} \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{1}{\omega_n}$$

$$BW = \frac{(K\tau_2/\tau_1) + 1/\tau_2}{4}$$

COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL PLL

$$K \gg \omega_n$$

$$H_{PLL} = N \frac{2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

DIAGRAMA DE BODE DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL

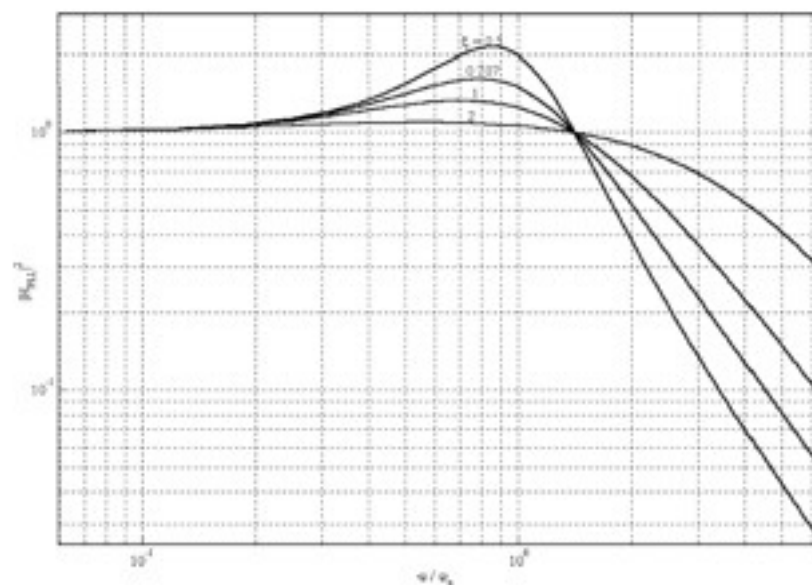
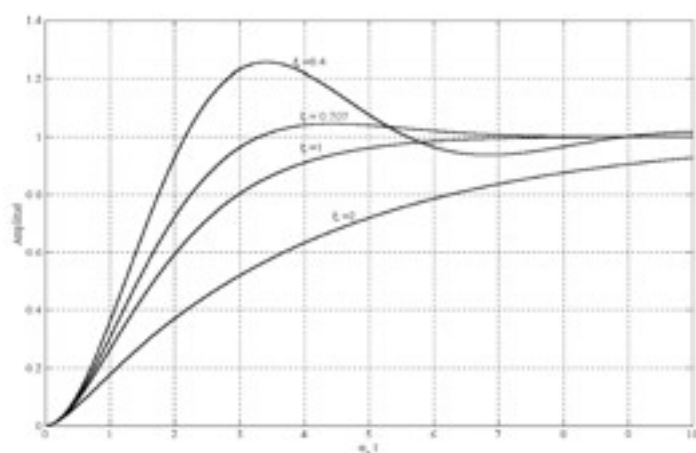


DIAGRAMA DE RESPUESTA DE UN FILTRO DE ORDEN 2 CON RESPECTO



Si $\xi = 1$ el factor de amortiguamiento es crítico

Mejor factor de amortiguamiento: $\xi = \sqrt{2}/2 = 0.707$

ERROR DE FASE DE PLL

$$\epsilon(t) = \phi_r(t) - \frac{\phi_v(t)}{N}$$

$$\begin{aligned} E(s) &= \Phi_r(s) - \frac{\Phi_v(s)}{N} \\ &= \Phi_r(s) \left(1 - \frac{H_{PLL}(s)}{N} \right) \end{aligned}$$

$$H_e(s) = 1 - \frac{H_{PLL}(s)}{N}$$

$$E(s) = \Phi_r(s) H_e(s)$$

RESPUESTA PLL ORDEN 1 SALTO DE FASE

Para PLL orden 1, Filtro cte.

$$\begin{aligned} H_e(s) &= 1 - \frac{K}{Ns + K} \\ &= \frac{Ns}{Ns + K} \end{aligned}$$

FUNCIONES DE ERROR DE FASE

Error de fase de filtro RC

$$H_e(s) = \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Error de fase de filtro Led-Lag (Pasivo y Activo)

$$H_e(s) = \frac{s^2 + \omega_n^2 \frac{N}{K} s}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

FUNCIÓN DE ERROR DE FASE DE CONTROL PI

$$H_e(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

RESPUESTA PLL ORDEN I SALTO DE FASE

$$\phi_r(t) = \Delta\phi u(t)$$

$$\Phi_r(s) = \frac{\Delta\phi}{s}$$

Aplicando teorema del valor final

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s\Phi_r(s)H_e(s)\end{aligned}$$

RESPUESTA PLL ORDEN I SALTO DE FASE

$$\lim_{s \rightarrow 0} s\Phi_r(s)H_e(s)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\Delta\phi}{s} \frac{Ns}{Ns + k}$$

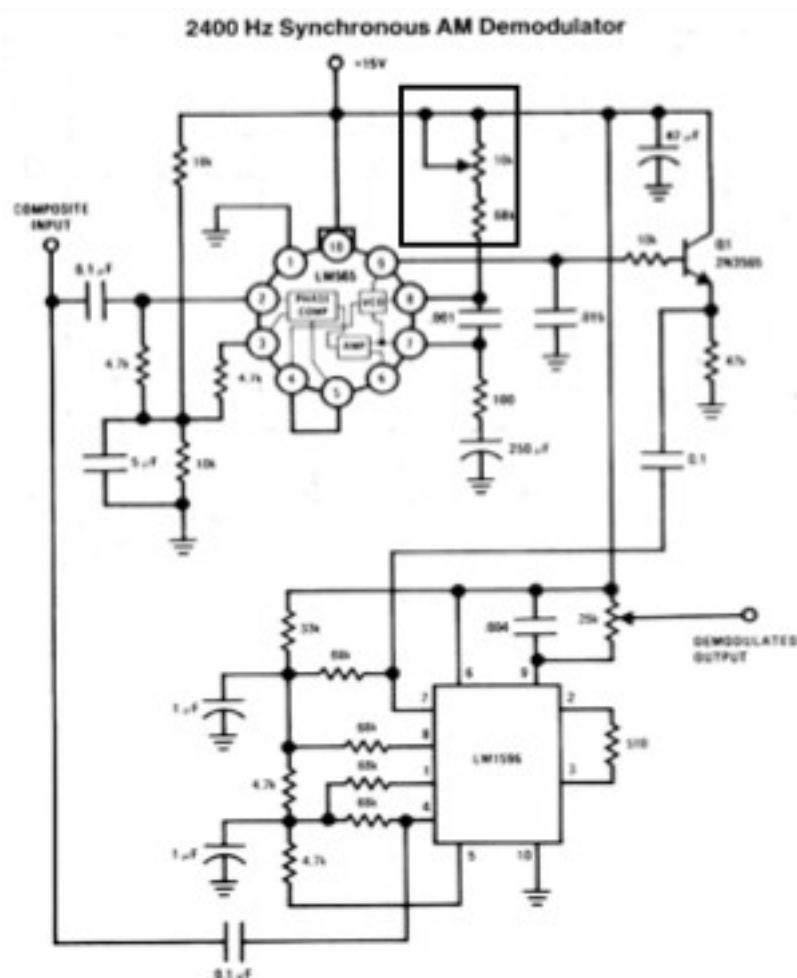
$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta\phi Ns}{Ns + k}$$

RESPUESTA DE PLL SALTO EN FRECUENCIA

$$\phi_r(t) = \Delta\omega t \cdot u(t)$$

$$\Phi_r(s) = \frac{\Delta\omega}{s^2}$$

Aplicamos de nuevo teorema del valor final



MARGEN DE SEGUIMIENTO

Dado que $\epsilon(t) = \text{sen} \left(\phi_r(t) - \frac{\phi_v(t)}{N} \right)$ y para orden PLL 1 no PI

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \Delta\omega \frac{N}{K}$$

Valor máximo de $\epsilon(t)$ es 1, entonces:

$$1 = \Delta\omega_{max} \frac{N}{K}$$

$$\Delta\omega_{max} = \frac{K}{N}$$

MARGEN DE ENGANCHE

$$\epsilon(t) = K_d \text{sen}(\Delta\omega t)$$

$$V_c(t) = K_d F(\Delta\omega) \text{sen}(\Delta\omega t)$$

En el peor de los casos $\text{sen}(\Delta\omega t) = 1$

$$\Delta\omega \leq K_d K_v F(\Delta\omega)$$

MARGEN DE ENGANCHE

Para filtro led-lag pasivo:

$$F(\Delta\omega) \approx \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2}$$

Para led-lag activo y PI

$$F(\Delta\omega) \approx \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

Con ganancia de lazo elevada

$$\Delta\omega \approx 2\xi\omega_n$$

RUIDO DE FASE EN PLL POR SEÑAL DE ENTRADA

Modelo del ruido para el divisor y detector de fase
es un modelo de ruido blanco más flicker:

$$S(f) = \frac{KT_0F}{P_{in}} \left(1 + \frac{f_L}{f} \right)$$

RUIDO EN COMPONENTES PLL

Modelo del ruido para el VCO y el oscilador de entrada
es un modelo de Leeson:

$$S_{\phi}(f_m) = \frac{KT_0F}{P_{sav}} \left[1 + \frac{f_L}{f_m} \right] \left[1 + \left(\frac{f_0}{2Qf_m} \right)^2 \right]$$

RUIDO DE FASE EN PLL POR SEÑAL DE ENTRADA

$$\begin{aligned}\Phi_{r_T}(s) &= \Phi_r(s) + \Phi_{N_r}(s) \\ \Phi_{v_{N_r}}(s) &= \Phi_{N_r}(s) H_{PLL}(s) \\ S_{\Phi_{v_{N_r}}}(s) &= S_{N_r}(s) |H_{PLL}(s)|^2\end{aligned}$$

RUIDO DE FASE EN PLL POR DETECTOR DE FASE

A la salida del detector de fase:

$$DF(s) = K_d \left(\Phi_r(s) - \frac{\Phi_v(s)}{N} \right) + N_{DF}(s)$$

A la salida del VCO

$$\Phi_v(s) = K \frac{F(s)}{s} \left(\Phi_r(s) - \frac{\Phi_v(s)}{N} \right) + K \frac{F(s)}{K_d s} N_{DF}(s)$$

Despejando $\Phi_v(s)$ y quedandonos con el término sobrante

$$\begin{aligned}\Phi_{vN_{DF}}(s) &= N_{DF}(s) \frac{H_{PLL}(s)}{K_d} \\ S_{\Phi_{vN_{DF}}}(s) &= S_{N_{DF}}(s) \left| \frac{1}{K_d^2} H_{PLL}(s) \right|^2\end{aligned}$$

RUIDO DE FASE EN PLL POR VCO

A la salida del VCO:

$$\Phi_{v_T}(s) = \Phi_v(s) + \Phi_{N_v}(s)$$

Realimentándolo y a la salida del VCO

$$\Phi_v(s) = K \frac{F(s)}{s} \left(\Phi_r(s) - \frac{\Phi_v(s)}{N} \right) - K \frac{F(s)}{s} \Phi_{N_v}(s) \frac{1}{N}(s)$$

$$\Phi_v(s) = H_{PLL}(s) \Phi_r(s) - \frac{H_{PLL}(s)}{N} \Phi_{N_v}(s)$$

$$\Phi_v(s) + \Phi_{N_v}(s) = H_{PLL}(s) \Phi_r(s) + \Phi_{N_v}(s) \left(1 - \frac{H_{PLL}(s)}{N} \right)$$

RUIDO DE FASE EN PLL POR VCO

Despejando $\Phi_v(s)$ y quedandonos con el término sobrante

$$\begin{aligned}\Phi_{v_{N_v}}(s) &= \Phi_{N_v}(s)He(s) \\ S_{\Phi_{v_{N_v}}}(s) &= S_{N_v}(s)|He(s)|^2\end{aligned}$$

RUIDO DE FASE EN PLL POR DIVISOR

A la salida del divisor:

$$\Phi_{v_{DIV}}(s) = \frac{\Phi_v(s)}{N} + \Phi_{N_{DIV}}(s)$$

A la salida del detector de fase tenemos

$$DF(s) = K_d \left(\Phi_r(s) - \frac{\Phi_v(s)}{N} - \Phi_{N_{DIV}}(s) \right)$$

Despejando $\Phi_v(s)$ y quedandonos con el término sobrante

$$\begin{aligned}\Phi_{v_{N_{DIV}}}(s) &= \Phi_{N_{DIV}}(s)H_{PLL}(s) \\ S_{\Phi_{v_{N_{DIV}}}}(s) &= S_{N_{DIV}}(s)|H_{PLL}(s)|^2\end{aligned}$$

DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA DE RUIDO DE FASE

$$\Phi_{v_N}(s) = \left[S_{N_r}(s) + \frac{1}{K_d^2} S_{N_{DF}} + S_{N_{DIV}}(s) \right] |H_{PLL}(s)|^2 + S_{N_v}(s) |H_e(s)|^2$$

PLL COMO SINTETIZADOR

Aprovechar:

$$F_v(t) = N F_r(t)$$



PLL DIVISOR 2 ETAPAS



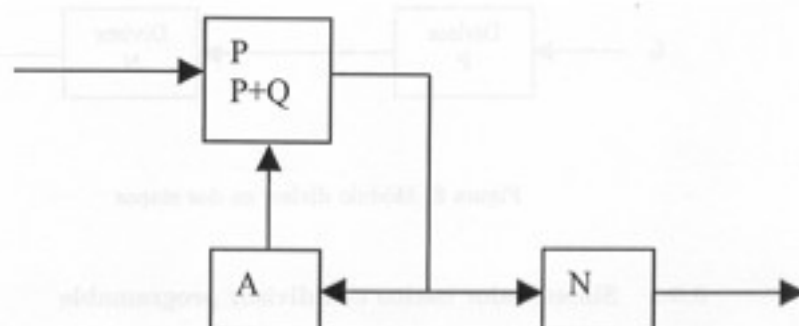
$$f_v = (P * N) f_r$$

N: Divisor fijo

P: Divisor Programable

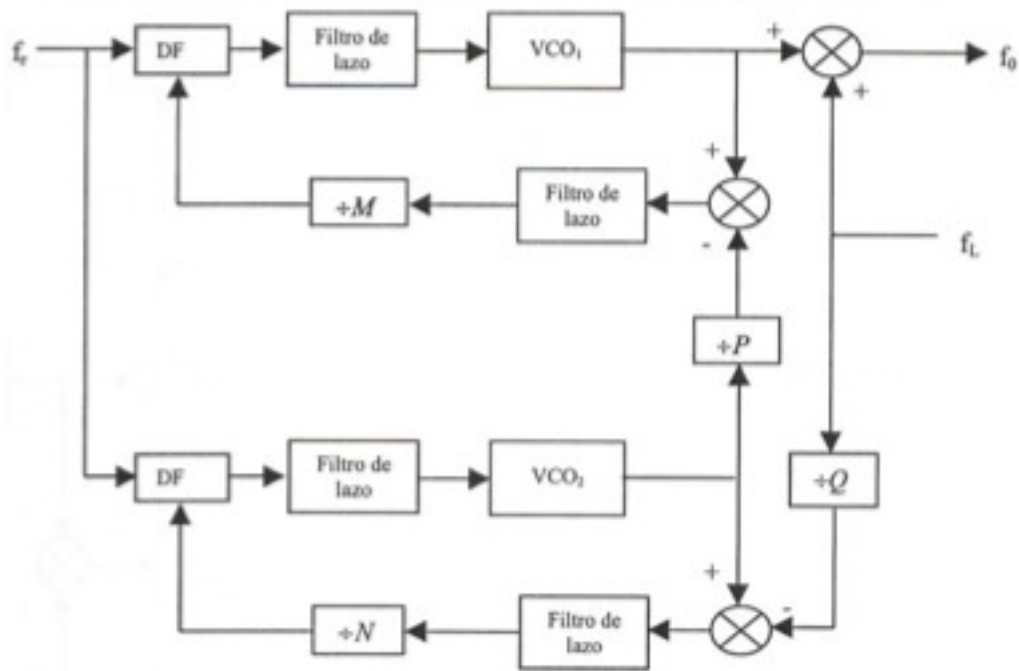
Salto en Fv de NFr

DOBLE MÓDULO



$$\begin{aligned} f_v &= P \left(N + \frac{AQ}{P} \right) f_r \\ &= P(N - A) f_r + (P + Q) A f_r \end{aligned}$$

SINTESIS LAZO HIBRIDO



SINTESIS INDIRECTA

