

Ejercicio 1

Un sistema digital de comunicaciones usará constelaciones QAM convencionales (no se consideran constelaciones QAM en cruz) con niveles normalizados para transmitir a 45 Mbits/s en la banda de frecuencias entre 10 y 20 MHz, donde el comportamiento del canal es ideal, y el ruido térmico tiene densidad espectral de potencia $N_0/2$, con $N_0 = 10^{-21}$.

- a) Diseñe el sistema (frecuencia de portadora, constelación, filtros transmisor y receptor) para transmitir sin interferencia entre símbolos, utilizando toda la banda de frecuencias con las mejores prestaciones, y calcule la potencia de la señal transmitida.
- b) Represente la densidad espectral de potencia de:
 - i) La señal modulada.
 - ii) El ruido muestreado a la salida del filtro receptor, $z[n]$.

(2 puntos)

Ejercicio 2

Se transmite una constelación 4-PAM con niveles normalizados sobre el canal discreto equivalente

$$p[n] = \delta[n] - 5 \delta[n - 3]$$

con un ruido muestreado $z[n]$ blanco gaussiano y con varianza $\sigma_z^2 = 0.5$, y se obtienen las siguientes observaciones

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$q[n]$	+1.2	+7.5	-11.2	-5.3	+12.7	+3.4	-12.8	+7.1	+0.3	-9.4

- a) Para un detector símbolo a símbolo sin memoria:
- Diseñe el detector óptimo (retardo y regiones de decisión).
 - Calcule la probabilidad de error condicionada a la transmisión del símbolo +1.
 - Obtenga las decisiones $\hat{A}[n]$ para $n \in \{0, 1, 2\}$.
- b) Para un igualador MMSE sin restricciones en el número de coeficientes:
- Diseñe el igualador, explicando cómo se obtiene el retardo.
 - Obtenga la probabilidad de error aproximada.
- c) Se utiliza ahora un igualador con coeficientes

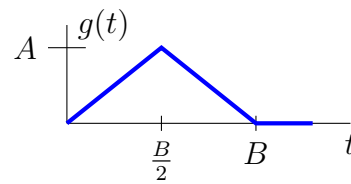
$$w[n] = -0.2 \delta[n - 1] + 0.1 \delta[n - 4]$$

- Obtenga el retardo óptimo para la decisión.
- Calcule la probabilidad de error aproximada.

(2 puntos)

Ejercicio 3

- a) Una modulación de frecuencia 4-ária se usa para transmitir a 2 Mbits/s con frecuencias tales que $f_i \geq 2.5$ MHz. Para las modulaciones CPFSK (“*Continuous Phase Frequency Shift Keying*”) y MSK (“*Minimum Shift Keying*”):
- Obtenga las 4 frecuencias de tal modo que la frecuencia más alta sea lo más baja posible.
 - Obtenga el ancho de banda efectivo de la señal modulada en Hz.
- b) Una modulación CPM de respuesta completa con índice de modulación 2 emplea el filtro transmisor $g(t)$ de la figura para transmitir a una tasa binaria de 2 Mbits/s con una constelación 4-ária ($I[n] \in \{\pm 1, \pm 3\}$).



- Discuta si hay un valor máximo y/o mínimo para B , y calcule el valor/es de A para dicho/s valor/es de B , explicando claramente cómo se han calculado.
- Dibuje el árbol de fases del sistema en dos intervalos de símbolo, y resalte la fase para $I[0] = +1$, $I[1] = -3$.

(2 puntos)

Ejercicio 4

Se tienen las siguientes secuencias discretas.

n	0	1	2	3
$A[n]$	+1	-3	+1	-1

m	0	1	2	3
$v[m]$	+1.1	-0.9	-0.8	+0.7

- a) En primer lugar se utiliza una modulación de espectro ensanchado con factor de ensanchado 4, secuencia de ensanchado

m	0	1	2	3
$x[m]$	+1	-1	-1	+1

y frecuencia de portadora de 1 MHz. El filtro transmisor a tiempo de chip es un filtro en raíz de coseno alzado, normalizado y con factor de caída 0.2.

- i) Obtenga las muestras a tiempo de chip asociadas a la secuencia de símbolos $A[n]$ que se transmite a una tasa de símbolo de 5 kbaudios, haciendo explícito el instante discreto asociado a cada muestra (de forma similar a las tablas del enunciado). Calcule el ancho de banda de la señal modulada.
 - ii) Calcule las observaciones a tiempo de símbolo $q[n]$ asociadas al procesamiento de las observaciones a tiempo de chip obtenidas a la salida del filtro receptor, $v[m]$, haciendo explícito el instante discreto n asociado a cada observación.
- b) Ahora se utiliza una modulación OFDM con 4 portadoras para transmitir la secuencia $A[n]$ a una tasa de símbolo de 4 baudios con una frecuencia de portadora de 1 MHz.
- i) Sin prefijo cíclico, calcule el valor de las muestras de la señal compleja en banda base a una tasa de T/N muestras/s, haciendo explícito el instante discreto asociado a cada muestra, y obtenga el ancho de banda de la señal modulada.
 - ii) Con un prefijo cíclico de una muestra, calcule el valor de las muestras de la señal compleja en banda base a una tasa de $T/(N+C)$ muestras/s, haciendo explícito el instante discreto asociado a cada muestra, y obtenga el ancho de banda de la señal modulada.

(2 puntos)

Ejercicio 5

Un sistema digital de comunicaciones transmite símbolos de una constelación 2-PAM con niveles normalizados sobre un canal discreto equivalente ideal y con un ruido discreto con varianza $\sigma_z^2 = 2$. Para mejorar las prestaciones del sistema se van a utilizar dos códigos de canal:

a) Un código bloque lineal con la siguiente matriz de chequeo de paridad

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- I) Calcule la tasa de codificación y calcule el número de errores que es capaz de detectar y de corregir.
- II) Explique si el código es sistemático por el principio, por el final, o por ambos lados.
- III) Diga si el código es o no un código perfecto, explicando claramente por qué.
- IV) Obtenga la matriz generadora del código.
- V) Obtenga la tabla de síndromes y decodifique, utilizando la decodificación basada en síndromes y detallando cada paso, la palabra.

$$\mathbf{r} = [10101]$$

b) Un código convolucional con matriz generadora

$$\mathbf{G}(D) = [1 + D \quad 1 + D^2 \quad 1 + D + D^2]$$

- I) Obtenga la tasa de codificación y el diagrama de rejilla.
- II) Calcule la probabilidad de error aproximada trabajando con salida dura.
- III) Estime los bits $\hat{B}_b[\ell]$ para $\ell \in \{0, 1, 2\}$, dejando evidencias de la aplicación del algoritmo óptimo, a partir de la siguiente secuencia recibida (antes y después de los bits $B_b[\ell]$ a obtener se han enviado los ceros correspondientes a las cabeceras).

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$C[m]$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1

(2 puntos)