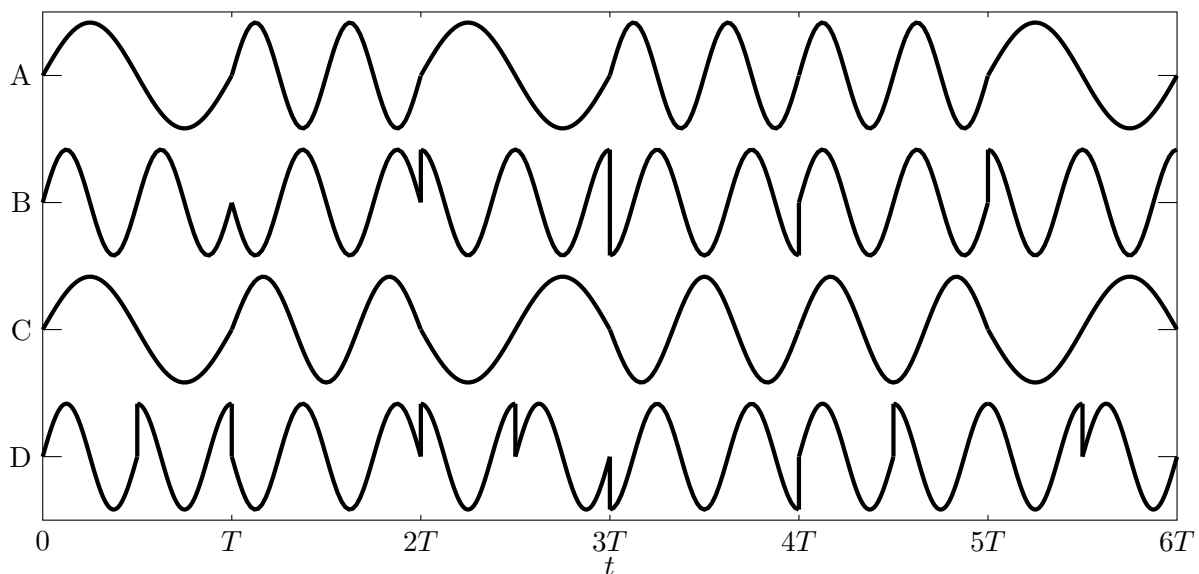


Capítulo 3 : Ejercicios

Ejercicio 3.1 La siguiente figura representa la forma de onda de varias modulaciones angulares, en concreto: QPSK, OQPSK, CPFSK y MSK.



- Para cada forma de onda, identifique la modulación, explicando sus rasgos distintivos.
- Para las modulaciones CPFSK y MSK, identifique la secuencia de información $I[n] \in \{\pm 1\}$ (puede asumir que $I[0] = -1$ en ambos casos).

Ejercicio 3.2 Una modulación de fase continua (CPM), con índice de modulación $h = 2$, y constelación 2-PAM ($I[n] \in \{\pm 1\}$), utiliza el siguiente pulso normalizado

$$g(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t < \frac{T}{3} \\ A, & \frac{2T}{3} \leq t < T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Determine el valor de A , explique si se trata de una modulación CPM de respuesta completa o de respuesta parcial, y explique la diferencia entre ambas.
- Represente el árbol de fases para esta modulación, para cuatro períodos de símbolo, etiquetando adecuadamente los ejes de la representación, y resalte sobre el árbol la fase correspondiente a la secuencia $I[0] = +1, I[1] = -1, I[2] = -1, I[3] = +1$.

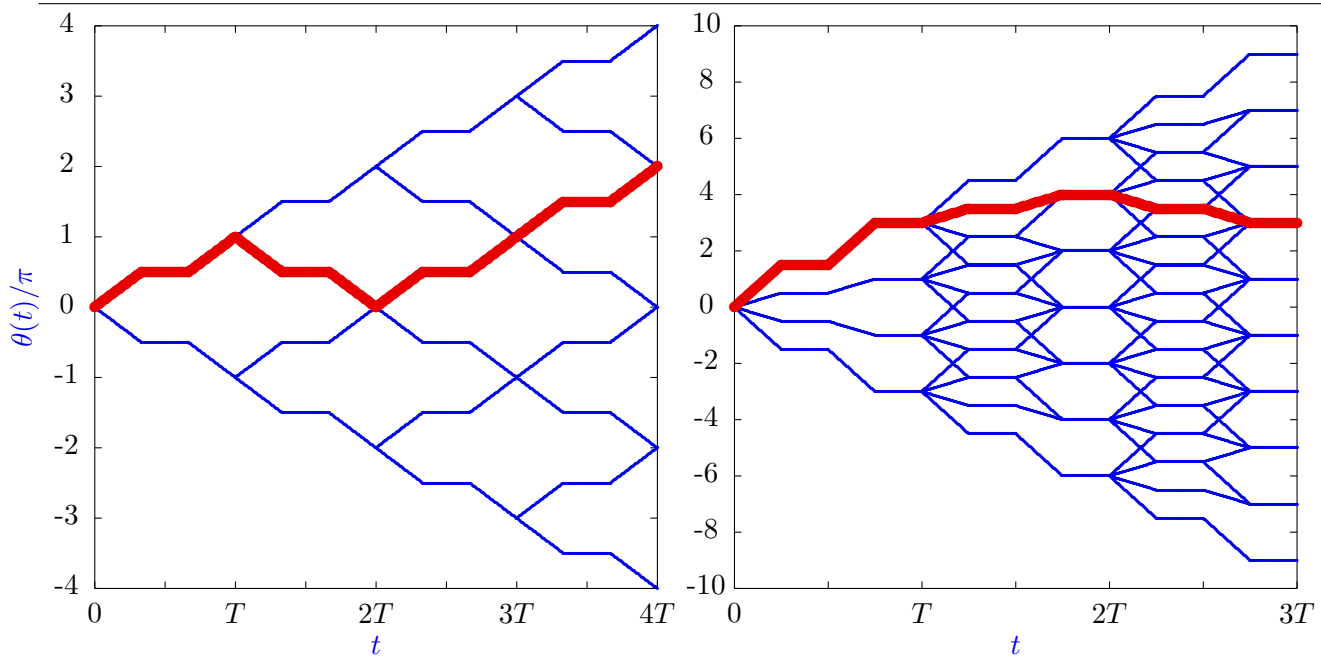


Figura 3.1: Árboles de fase para dos modulaciones CPM de respuesta completa.

Ejercicio 3.3 Dos sistemas con una modulación CPM de respuesta completa e índice de modulación $h = 1$, tienen los árboles de fase que se representan en la Figura 3.1 (note que el eje de las fases está escalado por un factor π en ambos casos)

a) Para el primer sistema

- I) Indique cuál es el número de posibles valores para $I[n]$ (orden de la constelación, M), y proporcione los M valores que puede tomar $I[n]$.
- II) Represente, etiquetando apropiadamente los dos ejes, el pulso $g(t)$.
- III) Obtenga la secuencia de símbolos $I[n]$ que corresponde al camino resaltado en el árbol de fases.

b) Repita los apartados anteriores para el segundo sistema.

Ejercicio 3.4 Responda a las siguientes preguntas relativas a distintas modulaciones angulares

a) ¿Cuál es mínima separación entre frecuencias de los pulsos de información en las siguientes modulaciones de frecuencia?

- I) Modulación CPFSK (*Continuous Phase Frequency Shift Keying*)
- II) Modulación MSK (*Minimum Shift Keying*)

b) ¿Cómo se consiguen eliminar los saltos de 180° en una modulación OQPSK?

c) Una modulación CPM con índice de modulación $h = 2$ utiliza el siguiente pulso transmisor

$$g(t) = \begin{cases} A t, & \text{si } 0 \leq t < T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}.$$

- I) Calcule el valor de A si el pulso está normalizado (con la definición de normalización empleada en modulaciones CPM), y diga si se trata de una modulación CPM de respuesta completa o de respuesta parcial, explicando claramente la diferencia entre ambas modalidades.

- II) Para la modulación CPM del apartado anterior, represente el árbol de fases para 2 períodos de símbolo etiquetando adecuadamente ambos ejes del gráfico, si la secuencia de símbolos enviada es una secuencia cuaternaria $I[n] \in \{\pm 1, \pm 3\}$.

Ejercicio 3.5 Diseñe dos modulaciones basadas en CPFSK para que dos usuarios puedan transmitir información binaria de forma simultánea en el tiempo sin interferencias, consumiendo en conjunto el menor ancho de banda posible. Ponga un ejemplo de las frecuencias que utilizaría cada usuario para transmitir su información e identifique los pulsos $g_i(t)$ en cada caso.

Ejercicio 3.6 Las modulaciones en frecuencia CPFSK y MSK M -árias (con M símbolos) utilizan ambas M pulsos de la forma

$$g_i(t) = \sin(\omega_i t) w_T(t), \text{ para } i = 0, 1, \dots, M-1,$$

donde $w_T(t)$ es un pulso causal de amplitud unidad y duración T segundos. Para un cierto sistema de comunicaciones, el rango utilizable para las frecuencias de cada pulso está limitado entre dos frecuencias, tal que $\omega_a \leq \omega_i \leq \omega_b$, y donde $\omega_a = 2\pi f_a$ y $\omega_b = 2\pi f_b$, siendo en este caso $f_a = 950$ MHz y $f_b = 1250$ MHz.

Para el caso $M = 4$, calcule la máxima tasa de símbolo posible, y los valores para las cuatro frecuencias (ω_i o f_i , $i = 0, 1, 2, 3$) utilizando:

- a) La modulación MSK.
- b) La modulación CPFSK.

Ejercicio 3.7 Un modulador en fase diferencial genera la secuencia de símbolos transmitidos según el siguiente procedimiento: los símbolos de la constelación son

$$A[n] = R e^{j\phi[n]}$$

donde la fase que se transmite en el instante de tiempo n , $\phi[n]$, se obtiene teniendo en cuenta la fase que se transmitió en el instante de tiempo anterior $\phi[n-1]$ y la fase asociada a la nueva información binaria $\Delta_\phi[n] = \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}$ radianes, de modo que

$$\phi[n] = \phi[n-1] + \Delta_\phi[n].$$

- a) Dibuje el diagrama de bloques del modulador teniendo en cuenta que la entrada al mismo es la secuencia de bits de información $B_b[\ell]$ y la salida es la señal compleja en banda base $s(t)$.
- b) Si se considera que la fase inicial es $\phi[-1] = \frac{\pi}{4}$, obtenga el alfabeto de símbolos transmitido, dibuje la constelación y calcule su energía media si todos los símbolos son equiprobables.
- c) Realice la asignación binaria óptima para minimizar la probabilidad de error de bit.
- d) Si las portadoras utilizadas en transmisión para generar la señal paso banda tienen una frecuencia ω_c rad/s y una fase nula, y las portadoras utilizadas en el receptor tienen la misma frecuencia pero fase $\theta_c \neq 0$ radianes (receptor no coherente), obtenga la constelación recibida en ausencia de ruido.
- e) Diseñe un receptor apropiado para trabajar en la situación anterior en la que el demodulador no es coherente (proporcione las expresiones analíticas o el diagrama de bloques para obtener la estima de los bits recibidos a partir de la observación $q[n]$).

Ejercicio 3.8 Responda a las siguientes cuestiones relativas a distintas variantes de modulaciones angulares:

- a) La modulación OQPSK (“*Offset Quadrature Phase Shift Keying*”) es una variante de modulación angular derivada a partir de la modulación QPSK. Explique con claridad qué efecto indeseado de la modulación QPSK trata de eliminar, y qué modificación se realiza en el mecanismo de generación de la señal modulada para conseguir eliminar dicho efecto.
- b) Las modulaciones CPFSK (“*Continuous Phase Frequency Shift Keying*”) y MSK (“*Minimum Shift Keying*”), son modulaciones de frecuencia en las que para una modulación M -aria se utilizan M pulsos de distintas frecuencias

$$g_i(t) = \sin(\omega_i t) w_T(t), \text{ para } i \in \{0, 1, \dots, M-1\},$$

siendo $w_T(t)$ una ventana causal de duración T segundos. Explique las condiciones que deben cumplir las frecuencias ω_i en cada una de las dos modulaciones.

- c) Una modulación de fase diferencial utiliza como constelación base una 4-PSK, cuyos símbolos son

$$\mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Realice una asignación binaria óptima para el sistema, y obtenga la secuencia de símbolos $A[n]$ que genera la siguiente secuencia de información binaria a transmitir, si se asume que el símbolo $A[-1] = \mathbf{a}_0$.

m	0	1	2	3	4	5	6	7
$B_b[m]$	0	1	1	0	0	0	1	1

- d) Explique qué diferencia hay entre una modulación CPM (“*Continuous Phase Modulation*”) de respuesta completa y una modulación CPM de respuesta parcial, indicando claramente, para cada una de las variantes, los valores que toma el parámetro o parámetros que las distinguen.

Ejercicio 3.9 Se van a estudiar varios sistemas de comunicaciones que utilizan modulaciones angulares.

- a) Se utiliza una modulación 4-aria de mínimo salto en frecuencia, MSK, para transmitir a una tasa binaria $R_b=2$ Mbits/s, con la restricción de que todas las frecuencias asociadas a los pulsos de la modulación tienen que cumplir $\omega_i \geq 3\pi$ Mrad/s (o $f_i \geq 1,5$ MHz) para $i \in \{0, 1, 2, 3\}$. Obtenga las 4 frecuencias del sistema buscando que la frecuencia más alta sea lo más baja posible.
- b) Repita el apartado anterior si se utiliza una modulación de salto en frecuencia con fase continua, CPFSK.
- c) Ahora se utiliza un modulador de fase diferencial (DPSK) con una constelación QPSK con niveles normalizados

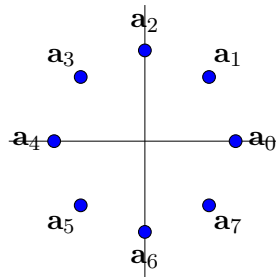
$$\mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Realice la asignación binaria para el sistema y, asumiendo que el símbolo inmediatamente anterior (símbolo de referencia) es $A[-1] = \mathbf{a}_0$, obtenga la secuencia de símbolos $A[n]$ asociada a la transmisión de la siguiente secuencia de bits

m	0	1	2	3	4	5	6	7
$B[m]$	0	1	1	1	1	0	0	0

Ejercicio 3.10 Se consideran varias modulaciones angulares

- En una modulación de fase continua o CPM, explique la diferencia entre una modulación de respuesta parcial y una de respuesta completa, indicando claramente el rasgo distintivo de cada variante, y ponga un ejemplo ilustrativo para cada una de ellas.
- Indique cómo se logra la continuidad de fase, y cuáles son las condiciones que tienen que cumplir las frecuencias de los pulsos que se utilizan en las siguientes modulaciones de frecuencia:
 - Modulación de salto en frecuencia con fase continua, o CPFSK
 - Modulación de mínimo salto en frecuencia, o MSK
- Una modulación de fase utiliza una constelación 8-PSK con los símbolos mostrados en la figura



Realice una asignación binaria apropiada en los siguientes casos:

- Se utiliza una modulación de fase convencional, PSK.
- Se utiliza una modulación de fase diferencial, DPSK.

Ejercicio 3.11 Una modulación de frecuencia utiliza 8 frecuencias para la transmisión de la información. Discuta si las 8 frecuencias son válidas para una modulación CPFSK y/o para una modulación MSK, explicando claramente la razón para cada modulación, y en caso de respuesta afirmativa indique la tasa de símbolo y la tasa binaria para dicha modulación cuando

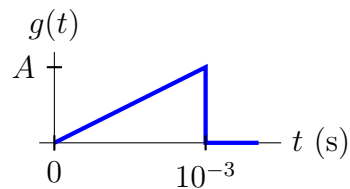
- Las 8 frecuencias son:

f_1 (kHz)	f_2 (kHz)	f_3 (kHz)	f_4 (kHz)	f_5 (kHz)	f_6 (kHz)	f_7 (kHz)	f_8 (kHz)
1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200

- Las 8 frecuencias son:

f_1 (kHz)	f_2 (kHz)	f_3 (kHz)	f_4 (kHz)	f_5 (kHz)	f_6 (kHz)	f_7 (kHz)	f_8 (kHz)
1500	1700	1900	2100	2300	2500	2700	2900

Ejercicio 3.12 Una modulación de fase continua o CPM 4-ária, $I[n] \in \{\pm 1, \pm 3\}$, y con índice de modulación $h = 2$, usa el filtro transmisor normalizado de la figura para transmitir a una tasa binaria de 2 kbits/s.



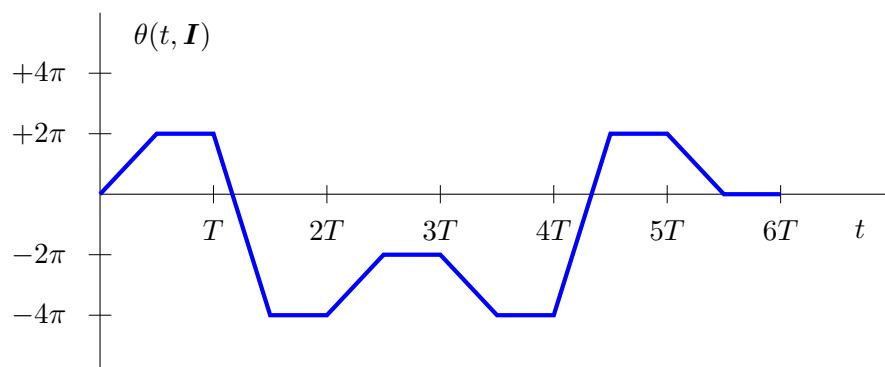
- Explique la diferencia entre una modulación de respuesta parcial y una de respuesta completa, y diga a qué variante corresponde este sistema.
- Calcule el valor de la constante A .
- Dibuje el árbol de fases del sistema para dos intervalos de símbolo.

Ejercicio 3.13 Se tienen varias modulaciones de frecuencia

- Para un cierto sistema de modulación en frecuencia se van a utilizar las siguientes 4 frecuencias

$$f_0 = 2 \text{ MHz}, f_1 = 3,5 \text{ MHz}, f_2 = 5 \text{ MHz}, f_3 = 6,5 \text{ MHz}$$

- Indique qué condiciones deben cumplir las 4 frecuencias en una modulación de salto en frecuencia con fase continua (CPFSK), analice si las 4 frecuencias dadas cumplen dichas condiciones, y en caso de que la respuesta sea positiva calcule la tasa de símbolo y la tasa binaria del sistema CPFSK.
 - Indique qué condiciones deben cumplir las 4 frecuencias en una modulación de mínimo salto en frecuencia (MSK), analice si las 4 frecuencias dadas cumplen dichas condiciones, y en caso de que la respuesta sea positiva calcule la tasa de símbolo y la tasa binaria del sistema MSK.
- Se tiene ahora una modulación de fase continua (CPM) de respuesta completa, cuaternaria y con filtro transmisor normalizado y símbolos normalizados (es decir, $I[n] \in \{\pm 1, \pm 3\}$). Durante la transmisión de los 6 primeros símbolos, la evolución del término de fase de la modulación, $\theta(t, \mathbf{I})$ es la que se muestra en la figura



- Obtenga el valor del índice de modulación, h .
- Obtenga la secuencia de los 6 primeros símbolos transmitidos.
- Obtenga el pulso normalizado $g(t)$ de la modulación.

Ejercicio 3.14 Un sistema digital de comunicaciones transmite a 2 Mbits/s utilizando una modulación de frecuencia 4-ária.

- a) Si la modulación es una modulación de frecuencia de fase continua (CPFSK)
- I) Diseñe el sistema: indique las frecuencias empleadas, dibuje los pulsos para los distintos símbolos, y realice la asignación binaria.
 - II) Calcule el ancho de banda efectivo de la modulación (ancho entre lóbulos principales).
 - III) Represente la señal modulada para la transmisión de la siguiente secuencia binaria

m	0	1	2	3	4	5	6	7
$B_b[m]$	0	1	1	0	1	1	0	0

- b) Repita el apartado anterior con una modulación de mínima separación en frecuencia (MSK).