

Ejercicio 1

Un proceso aleatorio gaussiano $X(t)$ tiene como media y función de autocorrelación

$$m_X(t) = 1, \quad R_X(t_1, t_2) = 1 + \delta(t_1 - t_2)$$

A partir de este proceso se obtienen otros dos procesos. Por un lado, se filtra $X(t)$ con un filtro paso banda con frecuencia central 50 Hz, ancho de banda 20 Hz y ganancia en potencia 2, dando lugar al proceso $Y(t)$. Por otro lado, se define otro proceso retardando y escalando $X(t)$, en concreto

$$Z(t) = X(t - 10) - 1$$

a) Discuta, explicando claramente por qué, si:

- i) El proceso $X(t)$ es estacionario, cicloestacionario o ninguna de las dos cosas
- ii) El proceso $X(t)$ es o no blanco

b) Calcule la potencia y la densidad espectral de potencia de $X(t)$, y dibuje esta última.

c) Calcule la media y la potencia de $Y(t)$ y dibuje su densidad espectral de potencia.

d) Discuta, explicando claramente por qué, si:

- i) El proceso $Y(t)$ es estacionario, cicloestacionario o ninguna de las dos cosas
- ii) El proceso $Y(t)$ es o no blanco, y es o no gaussiano

e) Calcule la media, la función de autocorrelación, y la densidad espectral de potencia de $Z(t)$, y explique si es o no estacionario, cicloestacionario, blanco y gaussiano, explicando claramente por qué.

(2,5 puntos)

Ejercicio 2

La señal moduladora de un sistema analógico tiene la siguiente densidad espectral de potencia

$$S_M(j\omega) = \begin{cases} A_M - A_M \left(\frac{\omega}{4\pi \times 10^5} \right)^2 & \text{si } |\omega| \leq 4\pi \times 10^5 \text{ rad/s} \\ 0 & \text{si } |\omega| > 4\pi \times 10^5 \text{ rad/s} \end{cases}$$

una potencia de 5 mili-vatios y cumple que $|m(t)| \leq 0.1$ voltios. La potencia de la señal modulada a la salida del transmisor es de 2 vatios, y durante la transmisión a la entrada del receptor llega la millonésima parte de la potencia transmitida. La temperatura de ruido del ruido térmico es de 290° Kelvin. La portadora tiene una frecuencia de 5 MHz y amplitud A_c .

- Dibuje el diagrama de bloques del receptor coherente para modulaciones de amplitud, incluyendo en el diagrama el filtro de ruido, y dibuje la respuesta en frecuencia del filtro paso bajo incluido en el receptor.
- Para una modulación de amplitud de doble banda lateral, dibuje la densidad espectral de potencia de la señal modulada y calcule su ancho de banda en Hz.
- Para una modulación de banda lateral única, de banda lateral superior, calcule la relación señal a ruido en dB a la salida de un receptor coherente, y dibuje la respuesta del filtro de ruido óptimo para este receptor.
- Para una modulación de banda lateral vestigial, de banda lateral superior y un vestigio de 20 kHz, calcule la relación señal a ruido en dB a la salida de un receptor coherente, y dibuje la respuesta del filtro de ruido óptimo para este receptor.
- Para una modulación de frecuencia con índice de modulación 3, calcule el ancho de banda en Hz y la relación señal a ruido en dB a la salida del receptor.

NOTA: en todas las representaciones requeridas, debe etiquetar adecuadamente ambos ejes.

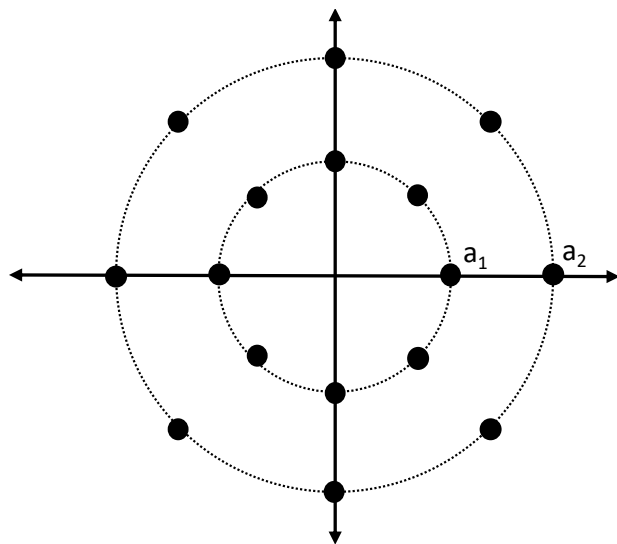
A continuación se indican los valores de algunas constantes de interés

- Constante de Boltzmann: $1,38 \times 10^{-23} \text{ J/}^\circ\text{K}$
- Constante de Plank: $6,62 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

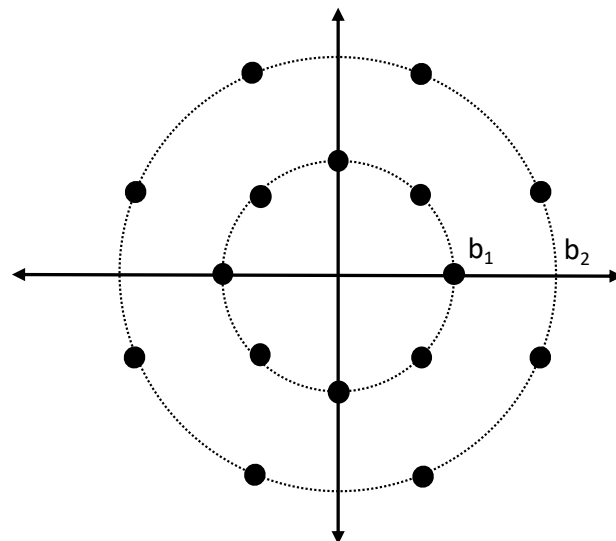
(2,5 puntos)

Ejercicio 3

Un sistema de comunicaciones puede utilizar una de las dos constelaciones con símbolos equiprobables que se presentan en la siguiente figura.



Constelación A



Constelación B

El conjunto de señales se transmite por un canal AWGN con densidad espectral de potencia $\frac{N_0}{2} = 1$.

- Obtenga, para cada una de las constelaciones el número de símbolos y la dimensión del conjunto de señales.
- Ponga dos ejemplos de base que puedan ser utilizadas por la Constelación B para generar las señales que se transmitan por el canal.
- Obtenga la energía media de cada una de las constelaciones. Obtenga la relación entre los valores de los radios $\{a_1, a_2\}$ y $\{b_1, b_2\}$ para los cuales ambas constelaciones tienen la misma energía.
- Para la Constelación A, obtenga la distancia mínima¹ si $a_2 = 2a_1$.
- Diseñe el demodulador óptimo y las regiones de decisión óptimas para las dos constelaciones.

(2,5 puntos)

¹La distancia d entre dos puntos dentro de una circunferencia de radio R y formando un ángulo θ , viene dada por $d = 2R \sin \frac{\theta}{2}$.

Ejercicio 4

Se tienen dos canales discretos equivalentes. El primero tiene como entrada X y como salida Y , el segundo tiene como entrada Z y como salida W , y las probabilidades conjuntas de entrada y salida son

$p_{X,Y}(x_i, y_j)$	x_0	x_1	$p_{Z,W}(z_i, w_j)$	z_0	z_1
y_0	$\alpha(1 - \varepsilon)$	0	w_0	$\beta(1 - \varepsilon)$	0
y_1	$\alpha\varepsilon$	$1 - \alpha$	w_1	$\beta\varepsilon$	$(1 - \beta)\varepsilon$
			w_2	0	$(1 - \beta)(1 - \varepsilon)$

- Calcule la capacidad del primer canal.
- Para el segundo canal
 - Para el caso general, calcule $H(Z)$, $H(W)$, $H(Z, W)$, $H(Z|W)$, $H(W|Z)$ e $I(Z, W)$.
 - Para el caso particular de símbolos de entrada equiprobables, dibuje $H(W)$, $H(Z, W)$, $H(Z|W)$ y $H(W|Z)$ en función del parámetro ε .
- Obtenga las matrices de canal para ambos canales y para el canal equivalente resultante de la concatenación de ambos, y dibuje el diagrama de flechas de dicho canal equivalente.

(2,5 puntos)