

Apellidos: Nombre: N° de matrícula o DNI: Grupo: Firma	Calificación	
	1	

Ejercicio 1

Se define el siguiente proceso aleatorio

$$S(t) = A(t) \cos(w_c t) + B(t) \sin(w_c t),$$

donde $A(t)$ y $B(t)$ son dos procesos aleatorios independientes, estacionarios, de media $m_A = 1$ y $m_B = 0$ respectivamente, con funciones de autocorrelación $R_A(\tau) = R_B(\tau) = R_1(\tau)$, densidad espectral de potencia $S_A(\tau) = S_B(\tau) = S_1(\tau)$, y potencia $P_A = P_B = P_1$.

- Calcular la media del proceso $S(t)$, su función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia. Razone si el proceso es estacionario, cicloestacionario o ninguna de las dos cosas.
- Asuma que el proceso $S(t)$ es un proceso estacionario de media nula y función de autocorrelación $R_S(t) = \cos(w_c t)$. Este proceso pasa a través de un filtro ideal de ancho de banda 2π rad/s en cuya salida se obtiene el proceso $Y(t)$. Calcule la potencia de $Y(t)$ para $w_c = \pi$ rad/s.
- Calcule la relación señal a ruido, en unidades logarítmicas (dB), a la salida del filtro. Datos: $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K, temperatura $T = 290$ K.

(2,5 puntos)

Apellidos: Nombre: Nº de matrícula o DNI: Grupo: Firma	Calificación	
	2	

Ejercicio 2

Un sistema de comunicaciones puede elegir entre tres conjuntos de señales distintos para transmitir la información. Las constelaciones asociadas a cada uno de los conjuntos de señales se detallan en la siguiente tabla.

Constelación A	Constelación B	Constelación C
$\mathbf{a}_0 = [-1]$ $\mathbf{a}_1 = [1]$ $\mathbf{a}_2 = [3]$	$\mathbf{a}_0 = [-1 \ -1 \ -1]$ $\mathbf{a}_1 = [0 \ 0 \ 0]$ $\mathbf{a}_2 = [1 \ 1 \ 1]$	$\mathbf{a}_0 = [0 \ 0]$ $\mathbf{a}_1 = [1 \ 0]$ $\mathbf{a}_2 = [1 \ 1]$ $\mathbf{a}_3 = [0 \ 1]$ $\mathbf{a}_4 = [-1 \ 1]$ $\mathbf{a}_5 = [-1 \ 0]$ $\mathbf{a}_6 = [-1 \ -1]$ $\mathbf{a}_7 = [0 \ -1]$ $\mathbf{a}_8 = [1 \ -1]$

Los símbolos de la Constelación B y C son equiprobables. Los símbolos de la Constelación A tienen la siguiente distribución de probabilidades $P(\mathbf{a}_0) = 0.3$, $P(\mathbf{a}_1) = 0.3$, $P(\mathbf{a}_2) = 0.4$. La transmisión se realiza por un canal con ruido aditivo y Gaussiano de densidad espectral de potencia $N_0/2 = 1$.

- Identifique en cada caso el número de señales que se transmitirán así como la dimensión de las mismas.
- Obtenga la energía media para la Constelación A, Constelación B y Constelación C.
- Dibuje para la Constelación A el conjunto de señales que se transmitirían si la base es un seno de periodo $T/2$, de duración T y normalizado en amplitud para que su energía sea 1.
- Diseñe el demodulador óptimo para la Constelación C, asumiendo los elementos de la base conocidos para esta constelación.
- Obtenga las regiones de decisión para las Constelaciones A y C.
- Obtenga la probabilidad de error para la Constelaciones A y B. No utilice aproximaciones ni cotas.

(2,5 puntos)

Apellidos: Nombre: N° de matrícula o DNI: Grupo: Firma	Calificación	
	3	
	4	

Ejercicio 3

La señal moduladora de un sistema analógico de comunicaciones tiene la siguiente densidad espectral de potencia

$$S_M(j\omega) = \begin{cases} \frac{A_M}{2} \left[2 - \left(\frac{\omega}{2\pi \times 10^6} \right)^2 \right], & \text{si } |\omega| \leq 2\pi \times 10^6 \text{ rad/s} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

un rango dinámico $-2 \leq m(t) \leq 2$ y una potencia de 1 W. Se va a modular con varios tipos de modulación, en todos los casos con una portadora de amplitud 1 y frecuencia 100 MHz. En la transmisión, la temperatura de ruido es de 290° Kelvin y la potencia de la señal modulada que llega a la entrada del receptor es de 5 pW.

- a) Para una modulación de amplitud convencional con índice de modulación 0,8:
 - i) Dibuje la densidad espectral de potencia de la señal modulada.
 - ii) Calcule el ancho de banda en Hz de la señal modulada (proporcione el valor numérico).
 - iii) Calcule la relación señal a ruido en dB (valor numérico) a la salida de un receptor coherente.
- b) Repita el apartado anterior para una modulación de amplitud de banda lateral única (banda lateral inferior).
- c) Dibuje la respuesta en frecuencia del filtro de ruido óptimo del receptor coherente para:
 - i) Modulación de banda lateral vestigial, banda lateral inferior, con vestigio de 200 kHz.
 - ii) Modulación de amplitud de doble banda lateral.

NOTA: En los dibujos requeridos, los dos ejes de la representación deben estar etiquetados adecuadamente, para identificar de forma precisa frecuencias y amplitudes.

(2,5 puntos)

Ejercicio 4

Un canal discreto sin memoria tiene una entrada X y una salida Y binarias, con las siguientes probabilidades conjuntas entre entrada y salida

$$p_{X,Y}(x_0, y_0) = p(1 - \varepsilon_0), \quad p_{X,Y}(x_0, y_1) = p\varepsilon_0, \quad p_{X,Y}(x_1, y_0) = (1 - p)\varepsilon_1.$$

a) Obtenga la matriz de canal y dibuje el diagrama de flechas para el canal.

b) Calcule las siguientes medidas cuantitativas de información:

◦ $H(X), H(Y), H(X, Y), H(X|Y), H(Y|X)$

c) Calcule la capacidad del canal.

(2,5 puntos)