

Ejercicio 1

Un filtro paso bajo tiene la siguiente respuesta al impulso:

$$h(t) = \exp(-10t)u(t).$$

Asumiendo que a la entrada del filtro ponemos ruido blanco Gaussiano con densidad espectral de potencia de 2 W/Hz, calcule

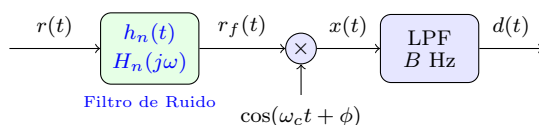
- a) La media del proceso de salida $m_Y(t)$
- b) La autocorrelación del proceso de salida $R_Y(t_1, t_2)$
- c) La densidad espectral de potencia del proceso de salida
- d) La función de densidad de probabilidad de la salida para cada instante t
- e) ¿Será la salida un proceso estacionario?

(2,5 puntos)

Ejercicio 2

Se desea utilizar una modulación AM de doble banda lateral (DBL) para transmitir un mensaje $m(t) = \text{sinc}(t/2)$ (este mensaje es la señal moduladora). La amplitud de la portadora será $A_c = 1$ y su frecuencia $f_c = 1$ MHz.

- a) Dibuje la señal $s_{DBL}(t)$ resultante, especificando la amplitud máxima y la frecuencia
- b) ¿Cuál es el ancho de banda de la señal modulada $s_{DBL}(t)$?
- c) La siguiente figura muestra un receptor coherente con un filtro de ruido. ¿Por qué se suele añadir un filtro de ruido si el receptor coherente ya tiene un filtro incorporado?



- d) La señal recibida es $r(t) = x_{DBL}(t) + n(t)$, donde $n(t)$ es ruido térmico con densidad espectral de potencia $S_n(j\omega) = \pi \cdot 10^{-6}$. Asumiendo que la potencia de la señal $x_{DBL}(t)$ a la entrada del receptor es 1 W y que todos los filtros son ideales, ¿cuál será la SNR (en dB) a la salida del receptor? No se limite a aplicar una fórmula, justifique todos los pasos para obtenerla.
- e) En la práctica, no es posible implementar filtros ideales. ¿Sería entonces aconsejable utilizar una modulación de Banda Lateral Única (BLU) en lugar de DBL? Justifique su respuesta.

(2,5 puntos)

Ejercicio 3

Un sistema digital de comunicaciones transmite a una tasa de símbolo de 10 kbaudios. La base ortonormal y la constelación son (para $T = 10^{-4}$ seg.)

$$\phi_0(t) = \begin{cases} A, & \text{si } 0 \leq t < T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \phi_1(t) = \begin{cases} B, & \text{si } 0 \leq t < T/2 \\ C, & \text{si } T/2 \leq t < T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_6 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_7 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- a) Asumiendo que A y B son constantes no negativas, calcule el valor de A , B y C y dibuje las señales asociadas a los vectores $\mathbf{a}_4$ y $\mathbf{a}_6$.
- b) Si sólo se transmiten $\mathbf{a}_0$, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ y $\mathbf{a}_3$, todos con probabilidad $1/4$:
- Realice una asignación binaria óptima y calcule la tasa de transmisión binaria del sistema.
 - Diseñe el decisor óptimo, calcule la probabilidad de error de símbolo exacta y aproxime la probabilidad de error de bit.
- c) Si se transmiten los 8 símbolos de forma equiprobable:
- Calcule la energía media por símbolo y la tasa de transmisión binaria del sistema.
 - Diseñe el decisor óptimo y acote la probabilidad de error de símbolo mediante la cota de la unión.

(2,5 puntos)

Ejercicio 4

Un canal discreto sin memoria tiene una entrada X binaria y una salida Y 4-ária, con las siguientes probabilidades conjuntas entre valores de entrada y de salida:

$p_{X,Y}(x_i, y_j)$	y_0	y_1	y_2	y_3
x_0	$\alpha(1 - 2\varepsilon)$	$\alpha\varepsilon$	$\alpha\varepsilon$	0
x_1	0	$(1 - \alpha)\varepsilon$	$(1 - \alpha)\varepsilon$	$(1 - \alpha)(1 - 2\varepsilon)$

- Represente el canal mediante su matriz de canal y su diagrama de flechas.
- Calcule $H(X)$, $H(Y)$, $H(X, Y)$, $H(X|Y)$, $H(Y|X)$ e $I(X, Y)$.
- Para el caso $\varepsilon = 0.25$, dibuje las medidas cuantitativas de información del apartado anterior en función de la probabilidad de x_0 .
- Calcule la capacidad de este canal.

(2,5 puntos)